নিম্ন মাধ্যমিক গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণী

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড
ঢাকা

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড কর্তৃক ১৯৯৬ শিক্ষাবর্ষ
থেকে ষষ্ঠ শ্রেণীর পাঠ্যপুস্তকরূপে নির্ধারিত

নিম্ন মাধ্যমিক গণিত

ষষ্ঠ শ্রেণী

রচনায় / সম্পাদনা
সুরুজ উদ্দিন আহমেদ

এ এম এম আহসান উল্লাহ

ড. মোঃ রমজান আলী সরদার

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা

জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড
৬৯–৭০ মতিঝিল বাণিজ্যিক এলাকা, ঢাকা
কর্তৃক প্রকাশিত

প্রথম মুদ্রণ : জানুয়ারি, ১৯৯৬
সংশোধিত ও পরিমার্জিত সংস্করণ : নভেম্বর, ২০০০
পরিমার্জিত সংস্করণ : ডিসেম্বর, ২০০৮
পুনর্মুদ্রণ :

কম্পিউটার কম্পোজ
ফাইন ডট লিঃ

প্রচ্ছদ
সেলিম আহ্‌মেদ

চিত্রাঙ্কন
রুহুল আমিন বজলু

ডিজাইন
জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড

সরকার কর্তৃক বিনামূল্যে বিতরণের জন্য।

প্রসঙ্গ কথা

শিক্ষার উন্নয়ন ব্যতীত জাতীয় উন্নয়ন সম্ভব নয়। স্বাধীনতা উত্তর বাংলাদেশের উন্নয়নের ধারায় জনগণের আশা–আকাঙ্ক্ষা, আর্থ–সামাজিক ও সাংস্কৃতিক জীবনপ্রবাহ যাতে পাঠ্যপুস্তকে প্রতিফলিত হয়, সেই লক্ষ্যে জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যসূচি প্রণয়ন কমিটির সুপারিশক্রমে আশির দশকের প্রারম্ভে প্রবর্তিত হয় নিম্ন মাধ্যমিক ও মাধ্যমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের জন্য নতুন পাঠ্যপুস্তক। দীর্ঘ এক যুগেরও বেশি সময় ধরে এই পাঠ্যপুস্তকগুলো প্রচলিত ছিল।

উন্নয়নের ধারায় ১৯৯৪ সালে নিম্ন মাধ্যমিক, মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক স্তরের শিক্ষাক্রম সংস্কার, পরিমার্জন ও বাস্তবায়নের জন্য "শিক্ষাক্রম প্রণয়ন ও বাস্তবায়ন সম্পর্কিত টাস্কফোর্স" গঠিত হয়। ১৯৯৫ সালে নতুন শিক্ষাক্রম অনুযায়ী পর্যায়ক্রমে ৬ষ্ঠ থেকে ৯ম শ্রেণীর পাঠ্যপুস্তক রচিত হয়। সময়ের সাথে সাথে দেশ ও সমাজের চাহিদা পরিবর্তনের প্রেক্ষাপটে ২০০০ সালে নিম্ন মাধ্যমিক ও মাধ্যমিক স্তরের প্রায় সকল পাঠ্যপুস্তক উচ্চ পর্যায়ের বিশেষজ্ঞদের দ্বারা যৌক্তিক মূল্যায়নের মাধ্যমে পুনরায় সংশোধন ও পরিমার্জন করা হয়। ২০০৮ সালে শিক্ষা মন্ত্রণালয় কর্তৃক গঠিত শিক্ষা বিষয়ক টাস্কফোর্সের সুপারিশে প্রচ্ছদ প্রণয়ন, বানান ও তথ্যগত বিষয় সংশোধনসহ পাঠ্যপুস্তক আকর্ষণীয় করা হয়েছে। আশা করা যায়, পাঠ্যপুস্তকটি শিক্ষক ও শিক্ষার্থীর নিকট আরো গ্রহণযোগ্য ও সময়োপযোগী বলে বিবেচিত হবে।

শিক্ষাক্রমের আলোকে মূল্যায়নকে আরো ফলপ্রসূ করার জন্য দেশের সুধীজন ও শিক্ষাবিদগণের পরামর্শের প্রেক্ষিতে সরকারি সিদ্ধান্ত অনুযায়ী প্রতিটি অধ্যায় শেষে বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্ন সংযোজন করা হয়েছে। প্রত্যাশা করা যায়, এতে শিক্ষার্থীর মুখস্থনির্ভরতা বহুলাংশে হ্রাস পাবে এবং শিক্ষার্থী তার অর্জিত জ্ঞান ও অনুধাবন বাস্তব জীবনে প্রয়োগ করতে বা যেকোনো বিষয়কে বিচার বিশ্লেষণ অথবা মূল্যায়ন করতে পারবে।

প্রযোজ্য ও প্রায়োগিক ক্ষেত্রে গণিতের ব্যবহার সহজ করার জন্য পাটিগণিতের পাঠ অষ্টম শ্রেণীর মধ্যে সীমাবদ্ধ রেখে বীজগণিতের ওপর বিশেষ গুরুত্ব আরোপ করা হয়েছে। এ প্রেক্ষিতে বীজগণিতের আনুষ্ঠানিক পাঠ ষষ্ঠ শ্রেণীতে আরম্ভ করা হয়েছে। ফলে শিক্ষার্থীরা অনেক সমস্যাই বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে সহজে সমাধান করার দক্ষতা অর্জন করতে পারবে বলে আশা করা যায়। বিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখায় গণিতের ব্যাপক ব্যবহার কার্যকর করার জন্য শিক্ষার্থীর মাঝে গণিত মনস্কতা সৃষ্টি করা বিশেষ প্রয়োজন। এ লক্ষ্যকে সামনে রেখেই নতুন ধ্যান ধারণা সহজভাবে এবং সম্ভাব্য ক্ষেত্রে অর্ধবাস্তব পর্যায়ে বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা হয়েছে। ফলে শিক্ষার্থীরা নিজ প্রচেষ্টায় বা শিক্ষকের ন্যূনতম সহায়তায় বিষয়বস্তু আয়ত্ত করতে সক্ষম হবে। গণিত কোনো মুখস্থ বিদ্যা নয়, এটি চর্চার বিষয়। কাজেই শিক্ষার্থীদের সুবিধার্থে পাঠ্যপুস্তকে যে সকল অনুশীলনী ছিল তা যথাযথভাবে রেখে প্রতিটি অধ্যায় শেষে বহুনির্বাচনি ও সৃজনশীল প্রশ্ন সংযোজন করা হয়েছে।

আমরা জানি, শিক্ষাক্রম উন্নয়ন একটি ধারাবাহিক প্রক্রিয়া এবং এর ভিত্তিতে পাঠ্যপুস্তক রচিত হয়। কাজেই পাঠ্যপুস্তকের আরো উন্নয়নের জন্য যেকোনো গঠনমূলক ও যুক্তিসঙ্গত পরামর্শ গুরুত্বের সাথে বিবেচিত হবে। ২০২১ সালে স্বাধীনতার সুবর্ণ জয়ন্তীতে প্রত্যাশিত সমৃদ্ধ বাংলাদেশ গড়ার নিরন্তর প্রচেষ্টার অংশ হিসেবে শিক্ষার্থীদের বিজ্ঞানমনস্ক করে তোলার লক্ষ্যে বর্তমান সংস্করণে কিছু পরিমার্জন করা হয়েছে। অতি অল্প সময়ের মধ্যে পরিমার্জিত পাঠ্যপুস্তকগুলো প্রকাশ করতে গিয়ে কিছু ত্রুটি বিচ্যুতি থেকে যেতে পারে। পরবর্তী সংস্করণে পাঠ্যপুস্তকগুলো আরো সুন্দর, শোভন ও ত্রুটিমুক্ত করার চেষ্টা অব্যাহত থাকবে।

যাঁরা এই পাঠ্যপুস্তকটি রচনা, সম্পাদনা, যৌক্তিক মূল্যায়ন, সৃজনশীল প্রশ্ন প্রণয়ন ও প্রকাশনার কাজে আন্তরিকভাবে মেধা ও শ্রম দিয়েছেন, তাঁদের জানাই ধন্যবাদ। যাদের জন্য পাঠ্যপুস্তকটি প্রণীত হল, আশা করি তারা উপকৃত হবে।

প্রফেসর মোঃ মোস্তফা কামালউদ্দিন
চেয়ারম্যান
জাতীয় শিক্ষাক্রম ও পাঠ্যপুস্তক বোর্ড, ঢাকা

সূচিপত্র

পাটিগণিত

প্রথম অধ্যায়

সংখ্যা পাতন ও বিভাজ্যতা

সংখ্যা পাতন ও পঠন

১.১। পাটিগণিতে দশটি প্রতীক বা অঙ্ক দ্বারা সব সংখ্যাই লেখা যায়। এ প্রতীক বা অঙ্কগুলো হল :

১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	০

{ ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ }

এদের মধ্যে প্রথম নয়টি প্রতীককে সার্থক অঙ্ক এবং শেষেরটিকে শূন্য (সংখ্যার অভাবজ্ঞাপক অঙ্ক) বলা হয়। উপরে উল্লিখিত সংখ্যাগুলোর স্বকীয় বা প্রকৃত মান যথাক্রমে এক, দুই, তিন, চার, পাঁচ, ছয়, সাত, আট, নয় ও শূন্য।

১.২। অঙ্ক পাতন বা সংখ্যা প্রকাশের দশ-ভিত্তিক বা দশ-গুণোত্তর বা দশমিক প্রণালী

৯ অপেক্ষা বড় সব সংখ্যাই দুই বা ততোধিক অঙ্ক পাশাপাশি বসিয়ে লেখা যায়। কোনো সংখ্যা অঙ্ক দ্বারা লেখাকে অঙ্ক পাতন বলে।

কয়েকটি অঙ্ক পাশাপাশি বসিয়ে সংখ্যা লিখলে এর সর্বাপেক্ষা ডানদিকের অঙ্কটি তার স্বকীয় মান অর্থাৎ তত একক প্রকাশ করে। ডানদিক থেকে দ্বিতীয় অঙ্কটি তার স্বকীয় মানের দশগুণ সংখ্যা অর্থাৎ তত দশক প্রকাশ করে। তৃতীয় অঙ্কটি তার দ্বিতীয় স্থানের মানের দশগুণ বা স্বকীয় মানের শতগুণ সংখ্যা অর্থাৎ তত শতক প্রকাশ করে। এরূপে কোনো অঙ্ক এক এক স্থান করে বামদিকে সরে গেলে তার মান উত্তরোত্তর দশগুণ করে বৃদ্ধি পায়।

দশ-ভিত্তিক অঙ্ক পাতনের বা সংখ্যা প্রকাশের প্রণালীকে দশমিক বা দশ-গুণোত্তর প্রণালী বলা হয়।

১.৩। স্বকীয় মান এবং স্থানীয় মান

কোনো সংখ্যায় ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর মান তার অবস্থানের উপর নির্ভর করে। কোনো সার্থক অঙ্ক আলাদাভাবে লিখলে যে সংখ্যা প্রকাশ করে তা অঙ্কের **স্বকীয় মান**। কয়েকটি অঙ্ক পাশাপাশি লিখলে কোনো সার্থক অঙ্ক তার অবস্থানের জন্য যে সংখ্যা প্রকাশ করে, তাকে ঐ অঙ্কের **স্থানীয় মান** বলে। যেমন, ৫৫৫ সংখ্যাটির সর্বডানে ৫ এর স্থানীয় মান ৫, ডানদিক থেকে দ্বিতীয় ও তৃতীয় স্থানে ৫ এর স্থানীয় মান যথাক্রমে ৫০, ৫০০। তাহলে দেখা যাচ্ছে, একই অঙ্কের স্থান পরিবর্তনের ফলে স্থানীয় মানের পরিবর্তন হয়। কিন্তু স্বকীয় মান একই থাকে।

অর্থাৎ ৫৫৫ = ১০০ × ৫ + ১০ × ৫ + ৫

১.৪ । দেশীয় রীতিতে ঘরগুলোর মান

আগেই বলা হয়েছে যে, পাশাপাশি লিখিত অঙ্কগুলো দ্বারা গঠিত সংখ্যার ডানদিক থেকে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় স্থান (ঘর) যথাক্রমে একক, দশক এবং শতক প্রকাশ করে। চতুর্থ, পঞ্চম, ষষ্ঠ, সপ্তম, অষ্টম, স্থানকে যথাক্রমে হাজার, অযুত, লক্ষ, নিযুত কোটি বলা হয়। একক থেকে কোটি পর্যন্ত স্থানগুলো (ঘরগুলো) নিচের নিয়মে পর পর সাজানো হয়:

	লক্ষ		হাজার				
কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার	শতক	দশক	একক
৮	৭	৬	৫	৪	৩	২	১

কোটির বামের ঘরগুলোরও বিশেষ নাম আছে। আজকাল এ বিশেষ নামগুলো ব্যবহার করা হয় না।

উদাহরণ ১। ৬৭৮৯ এর অঙ্কগুলোর স্থানীয় মান নির্ণয় কর।

সমাধান : ৯ এর স্থানীয় মান ৯ একক বা ৯
৮ এর স্থানীয় মান ৮ দশক বা ৮ × ১০ বা ৮০
৭ এর স্থানীয় মান ৭ শতক বা ৭ × ১০০ বা ৭০০
৬ এর স্থানীয় মান ৬ হাজার বা ৬ × ১০০০ বা ৬০০০।

১.৫ । সংখ্যাপঠন রীতি

এককের ঘরের অঙ্কগুলো কথায় লেখা বা পড়া হয় এক, দুই, তিন, চার ইত্যাদি। কিন্তু দুই অঙ্কের সংখ্যা ২৫, ৩৮, ৭১ কে যথাক্রমে দুই দশক পাঁচ, তিন দশক আট, সাত দশক এক পড়া হয় না। এদের বিশেষ বিশেষ নাম আছে। যেমন, পঁচিশ, আটত্রিশ, একাত্তর।

১০ থেকে ৯৯ পর্যন্ত দুই অঙ্কের সংখ্যাগুলোকে তাদের বিশেষ নামেই পড়া হয়। শতকের ঘরের ১,২,৩ ইত্যাদি অঙ্কগুলোকে যথাক্রমে এক শ, দুই শ, তিন শ ইত্যাদি পড়া হয়।

হাজারের ঘরের অঙ্কগুলোকে শতকের ঘরের মতো পড়তে হয়। যেমন, পাঁচ হাজার, সাত হাজার ইত্যাদি। অযুতের ঘরের অঙ্ককে অযুত হিসেবে পড়া হয় না। অযুত ও হাজারের ঘর মিলিয়ে যত হাজার হয় তত হাজার পড়া হয়। যেমন, অযুতের ঘরে ৭ এবং হাজারের ঘরে ৫ থাকলে দুই ঘরের অঙ্ক মিলিয়ে পঁচাত্তর হাজার পড়তে হয়।

তদ্রুপ, নিযুত ও লক্ষের ঘর মিলিয়ে যত লক্ষ হয় তত লক্ষ হিসেবে পড়তে হবে। যেমন, নিযুতের ঘরে ৮ এবং লক্ষের ঘরে ১ থাকলে দুই ঘরের অঙ্ক মিলিয়ে একাশি লক্ষ পড়া হয়।

কোটির ঘরের অঙ্ককে কোটি বলে পড়া হয়। কোটির ঘরের বামদিকের সব ঘরের অঙ্কগুলোকে কোটির ঘরের সাথে মিলিয়ে যত কোটি হয় তত কোটি পড়া হয়।

চার বা ততোধিক অঙ্কে লিখিত সংখ্যা শুদ্ধভাবে পড়ার জন্য কমা (,) ব্যবহার করা হয়। যে-কোনো সংখ্যার ডানদিক থেকে তিন অঙ্ক পরে একটি কমা এবং এরপর দুই অঙ্ক পর পর কমা বসাতে হয়।

এরপর কোটির ঘর ও এর বাম দিকের ঘরগুলোর অঙ্কের তিন অঙ্ক পরে একটি কমা ও পরে দুই অঙ্ক পর পর কমা বসান হয়।

উদাহরণ ২। কমা বসিয়ে কথায় লেখ : ৯৮৭৫৪৫৭২১।

সমাধান : সংখ্যাটির ডান দিক থেকে তিন ঘর পরে কমা (,); এরপর দুই ঘর পর পর কমা (,) বসালে আমরা পাই ৯৮, ৭৫, ৪৫, ৭২১।

এখন কোটির ঘরের দুইটি অঙ্ক মিলিয়ে ৯৮, নিযুত ও লক্ষের ঘরের দুইটি অঙ্ক মিলিয়ে ৭৫, অযুত ও হাজারের ঘরের দুইটি অঙ্ক মিলিয়ে ৪৫, শতকের ঘরে ৭, দশকের ঘরে ২ এবং এককের ঘরে ১ অবস্থিত। সুতরাং সংখ্যাটিকে কথায় প্রকাশ করলে হয়: আটানব্বই কোটি, পঁচাত্তর লক্ষ, পঁয়তাল্লিশ হাজার, সাত শ একুশ।

উদাহরণ ৩। কমা বসিয়ে কথায় লেখ : ৯৮৭৫৩১২৫৯৫৮।

সমাধান : সংখ্যাটিতে কমা বসালে আমরা পাই, ৯, ৮৭৫, ৩১, ২৫, ৯৫৮।
সুতরাং সংখ্যাটিকে কথায় প্রকাশ করলে হয়: নয় হাজার আট শ ঁপচাত্তর কোটি একত্রিশ লক্ষঁ পচিশ হাজার নয় শ আটান্ন।

উদাহরণ ৪। অঙ্কে লেখ : সাত কোটি পাঁচ লক্ষ নব্বই হাজার সাত।

সমাধান :

কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার	শতক	দশক	একক
৭	০	৫	৯	০	০	০	৭

কথায় প্রকাশিত সংখ্যাটি অঙ্ক পাতনের পর দেখা যায় যে নিযুত, শতক এবং দশকের ঘরে কোনো অঙ্ক নাই। এ খালি ঘরগুলোতে ০ বসিয়ে সংখ্যাটি পাওয়া যায়।
∴ নির্ণেয় সংখ্যা : ৭, ০৫, ৯০, ০০৭।

উদাহরণ ৫। অঙ্কে লেখ : সাত হাজার দুই শ পঁচিশ কোটি সাত শ পঞ্চান্ন।

সমাধান :

কোটি	নিযুত	লক্ষ	অযুত	হাজার	শতক	দশক	একক
৭২২৫	০	০	০	০	৭	৫	৫

∴ নির্ণেয় সংখ্যা : ৭, ২২৫, ০০, ০০, ৭৫৫।

উদাহরণ ৬। সাত অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা লেখ।

সমাধান : এক অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা হয় ৯। অঙ্ক পাতনের যে-কোনো অবস্থানে ৯ এর স্থানীয় মান বৃহত্তম হবে। সুতরাং ৭টি ৯ পর পর লিখলেই সাত অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা পাওয়া যায়।
∴ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা : ৯৯, ৯৯, ৯৯৯।
আবার ক্ষুদ্রতম অঙ্ক হল ০। পর পর ৭টি শূন্য লিখলে কোনো সংখ্যা প্রকাশ করে না। সুতরাং সর্ববামে সার্থক ক্ষুদ্রতম অঙ্ক ১ লিখে পর পর ছয়টি ০ বসালে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা পাওয়া যাবে।
∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা : ১০,০০,০০০।

উদাহরণ ৭। একই অঙ্ক মাত্র একবার ব্যবহার করে ৮, ০, ৭, ৫, ৩, ৪ অঙ্কগুলো দ্বারা ছয় অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা গঠন কর।

সমাধান : অঙ্ক পাতনে যে-কোনো অবস্থানে বৃহত্তর অঙ্কের স্থানীয় মান ক্ষুদ্রতর অঙ্কের স্থানীয় মান অপেক্ষা বড় হবে।

এখানে, ৮ > ৭ > ৫ > ৪ > ৩ > ০

সুতরাং বড় থেকে ছোট ক্রমে অঙ্কপাতন করলেই বৃহত্তম সংখ্যাটি পাওয়া যাবে।
∴ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা : ৮,৭৫,৪৩০।

আবার, ০ < ৩ < ৪ < ৫ < ৭ < ৮

সুতরাং ছোট থেকে বড় ক্রমে অঙ্কপাতন করলেই ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি পাওয়া যাবে। কিন্তু সর্ববামে ০ বসালে প্রাপ্ত সংখ্যাটি অর্থবোধক ৬ অঙ্কের সংখ্যা না হয়ে সংখ্যাটি পাঁচ অঙ্কের হবে। অতএব ০ বাদে ক্ষুদ্রতম অঙ্কটি সর্ববামে লিখে শূন্যসহ অন্যান্য অঙ্কগুলো ছোট থেকে বড় ক্রমে লিখলে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি পাওয়া যায়।
∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা : ৩,০৪,৫৭৮।

প্রশ্নমালা ১.১

নিচের সংখ্যাগুলো অঙ্কে লেখ : (প্রশ্ন ১ – ১০)

১। বিশ হাজার সত্তর, ত্রিশ হাজার আট, পঞ্চান্ন হাজার চার শ।

২। চার লক্ষ পাঁচ হাজার, সাত লক্ষ দুই হাজার পঁচাত্তর।

৩। ছিয়াত্তর লক্ষ নয় হাজার সত্তর, ত্রিশ লক্ষ নয় শ চার।

৪। পাঁচ কোটি তিন লক্ষ দুই হাজার সাত।

৫। আটানব্বই কোটি সাত লক্ষ পাঁচ হাজার নয়।

৬। এক শত দুই কোটি পাঁচ হাজার সাত শ আট।

৭। নয় শত পঞ্চান্ন কোটি সাত লক্ষ নব্বই।

৮। তিন হাজার পাঁচ শত কোটি পঁচাশি লক্ষ নয় শ একুশ।

৯। নয় হাজার পাঁচ কোটি সাত লক্ষ এক হাজার নয় শ।

১০। দশ হাজার পাঁচ শত আট কোটি সত্তর লক্ষ পাঁচ।

নিচের সংখ্যাগুলো পড় এবং কথায় লেখ : (প্রশ্ন ১১ - ২০)

১১। ৪৫৭৮৯; ৪১০০৭; ৬৭০০৭।

১২। ২০০০৭৮; ৭৯০৬৭৮; ৮৯০০৭৫।

১৩। ৪৪০০৭৮৫; ৬৮৭০৫০৯; ৭১০৫০৭০।

১৪। ৫০৮৭৭০০৩; ৯৪৩০৯৭৯৯; ৮৩৯০০৭৬৫।

১৫। ১৭০৭৫৬৮৩৭; ৪৭৬৬০৭৫০০।

১৬। ৫১৮৭৭০০৯৮৩; ৭২৭০০৭৩৫৯০।

১৭। ৯৯৬০৭০০৭০০; ৯০৭০০০০০০০।

১৮। ৩৪৭৭০০০৯০৮৫; ৭৯৫৭০৭০০৫৪৯।

১৯। ৮৯০৭৫৪৮৮৩৩৮; ৯০০৭০৩০০০০৫।

২০। ১০৫৩৩০০০০০৮৫; ১০০৭০০০৫০০০০।

২১। নিচের সংখ্যাগুলোতে যে সকল সার্থক অঙ্ক আছে তাদের স্থানীয় মান নির্ণয় কর :

(ক) ৭২ (খ) ৩৫৯ (গ) ৪২০৩ (ঘ) ৭০৮০৯ (ঙ) ১৩০০৪৫০৭৮ (চ) ২৫০০০৯৭০৯

(ছ) ৫৯০০০০৭৮৪৫ (জ) ৯০০৭৫৮৪৩২ (ঝ) ১০৫৭৮০৯২৩০০৪।

২২। নয় অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা লেখ।

২৩। একই অঙ্ক মাত্র একবার ব্যবহার করে সাত অঙ্কের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা গঠন কর :

(ক) ৪, ৫, ১, ২, ৮, ৯, ৩, (খ) ৪, ০, ৫, ৩, ৯, ৮, ৭।

২৪। সাত অঙ্ক বিশিষ্ট কোন বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যার প্রথমে ৭ এবং শেষে ৬ আছে?

২৫। ৭৩৪৫৫ এর অঙ্কগুলোকে বিপরীতভাবে সাজালে যে সংখ্যা হয় তা কথায় প্রকাশ কর।

১.৬। আন্তর্জাতিক গণনা পদ্ধতি (মিলিয়ন, বিলিয়ন)

এ পদ্ধতিতে একক থেকে বিলিয়ন পর্যন্ত স্থানগুলো (ঘরগুলো) নিচের নিয়মে পর পর এভাবে সাজানো হয় :

বিলিয়ন	মিলিয়ন	হাজার	শতক	দশক	একক
১১১	১১১	১১১	১	১	১

একক, দশক ও শতকের ঘরের অঙ্কগুলো আমাদের দেশীয় রীতিতেই পড়া ও কথায় প্রকাশ করা হয়। শতকের ঘরের বামদিকের ঘরটি হাজারের। হাজারের ঘরে অনূর্ধ্ব ৩ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা লেখা যায় এবং যে সংখ্যা লেখা হয় তত হাজার ইংরেজিতে থাউজ্যান্ড পড়া হয়। যেমন, উপরে প্রদত্ত ছকে লিখিত সংখ্যাটি একশ এগারো বিধায় পড়তে হয় একশ এগারো হাজার। হাজারের ঘরের বাম দিকের ঘর মিলিয়নের ঘর এবং এ ঘরে অনূর্ধ্ব ৩ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা লেখা যায়। যে সংখ্যা লেখা হয় তত মিলিয়ন পড়া হয়। যেমন, প্রদত্ত ছকে লিখিত সংখ্যা হল: একশ এগারো এবং পড়তে হয় একশ এগারো মিলিয়ন। মিলিয়নের ঘরের বামের ঘর বিলিয়নের ঘর। বিলিয়নের ঘরে অনূর্ধ্ব ৩ অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যা লেখা যায়। যে সংখ্যা লেখা হয় তত বিলিয়ন পড়া হয়। যেমন ,প্রদত্ত ছকে লিখিত সংখ্যা হল একশ এগারো এবং পড়তে হয় একশ এগারো বিলিয়ন।

কোনো সংখ্যা শুদ্ধভাবে ও সহজে পড়ার জন্য এ রীতিতে ডানদিক থেকে তিন অঙ্ক পর পর কমা (,) বসানো হয়।

দেশীয় ও আন্তর্জাতিক গণনা রীতির পারস্পরিক সম্পর্ক

লক্ষ করি : * মিলিয়নের ঘরে সর্বডানের ১ এর স্থানীয় মান ১ মিলিয়ন। দেশীয় রীতিতে এ ঘরটি হল নিযুতের ঘর। অর্থাৎ এ ঘরে ১ এর স্থানীয় মান ১ নিযুত বা ১০ লক্ষ।

* বিলিয়নের ঘরের সর্বডানের ১ এর স্থানীয় মান ১ বিলিয়ন। কিন্তু দেশীয় রীতিতে এ ঘরের ১ এর স্থানীয় মান ১০০ কোটি।

সুতরাং আমরা পাই,

১ মিলিয়ন = ১০ লক্ষ

১ বিলিয়ন = ১০০ কোটি

উদাহরণ ১। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে কথায় লেখ : ২০৪৩৪০৪৩২০০৪।

সমাধান : ডানদিক থেকে তিন অঙ্ক পর পর কমা বসিয়ে আমরা পাই: ২০৪,৩৪০,৪৩২,০০৪। সুতরাং সংখ্যাটিকে কথায় প্রকাশ করলে হয়:
দুই শত চার বিলিয়ন তিন শত চল্লিশ মিলিয়ন চার শত বত্রিশ হাজার (থাউজ্যান্ড) চার।

উদাহরণ ২। অঙ্কে লেখ : দশ বিলিয়ন তিন শত দুই মিলিয়ন পাঁচ হাজার সাত শত ছয়।

সমাধান :

বিলিয়ন	মিলিয়ন	হাজার	শতক	দশক	একক
১০	৩০২	০০৫	৭	০	৬

কথায় প্রকাশিত সংখ্যাটি অঙ্ক পাতনের পর দেখা যায় যে, মিলিয়নের ঘরের দশকের ঘরে, হাজারের ঘরের দশক ও শতকের ঘরে এবং দশকের ঘরে কোনো অঙ্ক নাই। এ খালি ঘরগুলোতে ০ বসিয়ে সংখ্যাটি পাওয়া যাবে।

∴ নির্ণেয় সংখ্যা : ১০, ৩০২, ০০৫, ৭০৬।

উদাহরণ ৩। (ক) ৫ মিলিয়নে কত লক্ষ?
(খ) ৫০০ কোটিতে কত বিলিয়ন?

সমাধান : (ক) ১ মিলিয়ন = ১০ লক্ষ
$\therefore$ ৫ মিলিয়ন = (১০ $\times$ ৫) লক্ষ = ৫০ লক্ষ।
(খ) ১০০ কোটি = ১ বিলিয়ন
$\therefore$ ৫০০ কোটি = (৫০০ $\div$ ১০০) বিলিয়ন
= ৫ বিলিয়ন

১.৭। বিভাজ্যতা

নিচের দুইটি উদাহরণ দেওয়া হল :

উদাহরণ ১। ৯১ কে ৭ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :
```
৭ ) ৯১ ( ১৩
    ৭
   ----
    ২১
    ২১
   ----
     ০
```

উত্তর : ভাগফল ১৩।

উদাহরণ ২। ১৩৭ কে ১১ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান :
```
১১ ) ১৩৭ ( ১২
     ১১
    ----
      ২৭
      ২২
    ----
       ৫
```

উত্তর : ভাগফল ১২, ভাগশেষ ৫।

লক্ষ করি :
* উদাহরণ ১ এ ৯১ কে ৭ দ্বারা ভাগ করায় কোনো ভাগশেষ থাকে না। এক্ষেত্রে ৯১ সংখ্যাটি ৭ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।
* আবার উদারহণ ২ এ ১৩৭ কে ১১ দ্বারা ভাগ করায় ভাগশেষ ৫ থাকে। এক্ষেত্রে ১৩৭ সংখ্যাটি ১১ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

উদাহরণ ৩। ৫০ কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য ?

সমাধান : ৫০ কে যথাক্রমে ২, ৫, ১০, ২৫ দ্বারা ভাগ করলে দেখা যাবে কোনো ক্ষেত্রেই ভাগশেষ থাকে না। অতএব ৫০ সংখ্যাটি ২, ৫, ১০ এবং ২৫ এর প্রত্যেকটি দ্বারা বিভাজ্য।

মন্তব্য : ৫০ কে ১ ও ৫০ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ থাকে না। সুতরাং সংখ্যাটি ১ ও ৫০ দ্বারাও বিভাজ্য। প্রকৃতপক্ষে যে-কোনো সংখ্যা ঐ সংখ্যা এবং ১ দ্বারা বিভাজ্য।

১.৮ বিভাজ্যতা সম্পর্কিত একটি সাধারণ নিয়ম

কয়েকটি সংখ্যা আলাদাভাবে কোনো নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হলে, তাদের যোগফল ঐ নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হবে।

১.৯। ২, ৩, ৪, ৫, ৯ দ্বারা বিভাজ্যতা

দুই বা ততোধিক অঙ্ক দ্বারা গঠিত যে-কোনো সংখ্যা স্থানীয় মানে ভেঙে লেখা যায়। যেমন, ২৩৪ সংখ্যাটি স্থানীয় মানে ভেঙে লিখলে আমরা পাই,

২৩৪ = ২০০ + ৩০ + ৪
= ২ $\times$ ১০০ + ৩ $\times$ ১০ + ৪

লক্ষ করি : * ২ × ১০০ হচ্ছে ২ এর স্থানীয় মান।
* ৩ × ১০ হচ্ছে ৩ এর স্থানীয় মান।
* ৪ হচ্ছে ৪ এর স্থানীয় মান।

তাহলে, বলা যায় প্রদত্ত সংখ্যায় ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর স্থানীয় মানের যোগফল হচ্ছে প্রদত্ত সংখ্যা।

(ক) ২ দ্বারা বিভাজ্যতা

৫৭৩৪ কি ২ দ্বারা বিভাজ্য ?
আমরা জানি, ৫৭৩৪ = ৫ × ১০০০ + ৭ × ১০০ + ৩ × ১০ + ৪
২ দ্বারা ১০ বিভাজ্য। অতএব দশক স্থানীয় অঙ্কের স্থানীয় মান ২ দ্বারা বিভাজ্য। তদ্রুপ, দশকের বামদিকের প্রত্যেক স্থানের অঙ্কের স্থানীয় মান ২ দ্বারা বিভাজ্য। অতএব একক স্থানীয় সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য হলেই প্রদত্ত সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে।
এখানে প্রদত্ত সংখ্যার একক স্থানীয় সংখ্যাটি ৪, যা ২ দ্বারা বিভাজ্য। অতএব ৫৭৩৪, ২ দ্বারা বিভাজ্য। জোড় সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য। আবার একক স্থানীয় অঙ্কটি ০ হলেও প্রদত্ত সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য হত।
সাধারণভাবে,

কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি ০ অথবা জোড় সংখ্যা হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য।

যেমন, ১৯০, ৩০৪২, ৩৪৭২৮, ৬৫৭১৪৩৬ এর একক স্থানীয় অঙ্ক যথাক্রমে ০, ২, ৮, ৬।

∴ প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ২ দ্বারা বিভাজ্য।

(খ) ৪ দ্বারা বিভাজ্যতা

৭৭২৮ কি ৪ দ্বারা বিভাজ্য?
আমরা জানি, ৭৭২৮ = ৭ × ১০০০ + ৭ × ১০০ + ২ × ১০ + ৮
১০, ৪ দ্বারা বিভাজ্য নয়। তবে ১০০, ৪ দ্বারা বিভাজ্য। অর্থাৎ শতক স্থানীয় অঙ্কের স্থানীয় মান ৪ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য। তদ্রুপ শতকের স্থানের বামদিকের প্রত্যেক স্থানের অঙ্কের স্থানীয় মান ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

আবার, ৭৭২৮ = ৭ × ১০০০ + ৭ × ১০০ + ২৮

২৮, ৪ দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং ৭৭২৮, ৪ দ্বারা বিভাজ্য। অর্থাৎ একক ও দশক স্থানীয় অঙ্ক দুইটি দ্বারা গঠিত সংখ্যাটি ৪ দিয়ে বিভাজ্য হওয়ায় সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য। আবার একক ও দশক উভয় স্থানের অঙ্ক ০ হলে, প্রদত্ত সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে।
সাধারণভাবে,

কোনো সংখ্যার একক ও দশক স্থানের অঙ্ক দুইটি দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে। আবার একক ও দশক উভয় স্থানের অঙ্ক ০ হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

যেমন ২৪৮, ৯১৪৫৩৬ এর একক ও দশক স্থানীয় অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যা যথাক্রমে ৪৮, ৩৬। এদের প্রত্যেকটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

∴ প্রদত্ত সংখ্যা দুইটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

আবার ৯৭৫০০, ৫৭৮৪৯০০ এর একক ও দশক স্থানের অঙ্ক ০। অতএব সংখ্যা দুইটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

(গ) ৫ দ্বারা বিভাজ্যতা

৫৪৩৫ কি ৫ দ্বারা বিভাজ্য ?
১০, ৫ দ্বারা বিভাজ্য। অতএব দশক স্থানের অঙ্কের স্থানীয় মান ৫ দ্বারা বিভাজ্য। তদ্রূপ দশকের বামদিকের প্রত্যেক স্থানের অঙ্কের স্থানীয় মান ৫ দ্বারা বিভাজ্য হবে।
অতএব একক স্থানীয় সংখ্যাটি ৫ দ্বারা বিভাজ্য হলেই প্রদত্ত সংখ্যাটি ৫ দ্বারা বিভাজ্য হবে। অর্থাৎ একক স্থানীয় সংখ্যাটি ০ বা ৫ হলে, প্রদত্ত সংখ্যা ৫ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

সাধারণভাবে,

কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্কটি ০ অথবা ৫ হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৫ দ্বারা বিভাজ্য।

যেমন ৯৭৫,৮৪২০, ৯৭৫৪৩৫ সংখ্যাগুলোর একক স্থানীয় অঙ্ক যথাক্রমে ৫,০,৫।

∴ সংখ্যাগুলো ৫ দ্বারা বিভাজ্য।

(ঘ) ৩ দ্বারা বিভাজ্যতা

৪৭১ কি ৩ দ্বারা বিভাজ্য?
আমরা জানি, ৪৭১ $= ৪ \times ১০০ + ৭ \times ১০ + ১$
$= ৪ \times (৩ \times ৩৩ + ১) + ৭ \times (৩ \times ৩ + ১) + ১$
$= (৪ \times ৩ \times ৩৩ + ৪) + (৭ \times ৩ \times ৩ + ৭) + ১$
$= (৪ \times ৩ \times ৩৩) + (৭ \times ৩ \times ৩) + (৪ + ৭ + ১)$
$= (৪ \times ৩ \times ৩৩) + (৭ \times ৩ \times ৩) + (৩ \times ৪)$

$৪ \times ৩ \times ৩৩$, $৭ \times ৩ \times ৩$, ৩×৪ এর প্রত্যেকটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

∴ ৩ দ্বারা ৪৭১ বিভাজ্য।

লক্ষ করি : * (৪+৭+১) হচ্ছে প্রদত্ত সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল।
* অঙ্কগুলোর যোগফল ১২, যা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

তাহলে, প্রদত্ত সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য হওয়ায় প্রদত্ত সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হয়েছে।
সাধারণভাবে,

কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

যেমন, ৩০৫১, ৭৪১০, ৫৬৭২৯১ এর অঙ্কগুলোর যোগফল যথাক্রমে ৯, ১২, ৩০। এরা ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

∴ প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

(ঙ) ৯ দ্বারা বিভাজ্যতা

৫৭৬ কি ৯ দ্বারা বিভাজ্য ?
৫৭৬ $= ৫ \times ১০০ + ৭ \times ১০ + ৬$
$= ৫ \times (৯ \times ১১ + ১) + ৭ \times (৯ \times ১ + ১) + ৬$
$= (৫ \times ৯ \times ১১ + ৫) + (৭ \times ৯ + ৭) + ৬$
$= (৫ \times ৯ \times ১১) + (৭ \times ৯) + (৫ + ৭ + ৬)$
$= (৫ \times ৯ \times ১১) + (৭ \times ৯) + (২ \times ৯)$।

$৫ \times ৯ \times ১১$, ৭×৯, ২×৯ এর প্রত্যেকটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

∴ ৫৭৬, ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

লক্ষ করি : * (৫+৭+৬) হচ্ছে প্রদত্ত সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল।
* অঙ্কগুলোর যোগফল ১৮, যা ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

সাধারণভাবে,

কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলোর যোগফল ৯ দ্বারা বিভাজ্য হলে, প্রদত্ত সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

যেমন ৯৫৪৩৬, ৫০৪৭২ এর অঙ্কগুলোর যোগফল যথাক্রমে ২৭, ১৮। এরা ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

∴ প্রদত্ত সংখ্যাগুলো ৯ দ্বারা বিভাজ্য।

১.১০। গুণনীয়ক ও গুণিতক

আমরা জানি, ৩৫ ÷ ৫ = ৭, ৩৫ ÷ ৭ = ৫।
অর্থাৎ, ৫ ও ৭ দ্বারা ৩৫ নিঃশেষে বিভাজ্য। এখানে ৫ ও ৭ হল ৩৫ এর গুণনীয়ক বা উৎপাদক এবং ৩৫ হল ৫ ও ৭ এর গুণিতক।

একটি সংখ্যা দ্বারা অপর একটি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, প্রথম সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় সংখ্যার গুণনীয়ক বা উৎপাদক বলে। দ্বিতীয় সংখ্যাটিকে প্রথম সংখ্যার একটি গুণিতক বলা হয়।

৫ দ্বারা ৩৫ নিঃশেষে বিভাজ্য হওয়ায় ৩৫ এর গুণনীয়ক বা উৎপাদক ৫। আবার ৩৫, ৫ এর একটি গুণিতক।

আবার, ৭ দ্বারা ৩৫ বিভাজ্য হওয়ায় ৩৫ এর একটি গুণনীয়ক বা উৎপাদক ৭ এবং ৭ এর একটি গুণিতক ৩৫।
১ ও ৩৫ দ্বারা ৩৫ নিঃশেষে বিভাজ্য হওয়ায় ১ ও ৩৫ কে ৩৫ এর গুণনীয়ক বলা যায়।
কিন্তু ৫ দ্বারা ১০, ১৫, ২০, ২৫, ৩৫, ৪০ ইত্যাদি সংখ্যাগুলো বিভাজ্য। অতএব ৩৫ ছাড়াও ১০, ১৫,২০ ইত্যাদি ৫ এর গুণিতক।
আবার ৭ দ্বারা ১৪, ২১, ২৮, ৩৫, ৪২ ইত্যাদি সংখ্যাগুলো বিভাজ্য। সুতরাং ৩৫ ছাড়াও ৭ এর গুণিতক ১৪, ২১, ২৮, ৪২ ইত্যাদি।

উদাহরণ ৪। ১৫, ২৫, ৩০ এর গুণনীয়কগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান : ১৫ ÷ ১৫= ১, ১৫ ÷ ৫= ৩, ১৫ ÷ ৩= ৫

∴ ১৫ এর গুণনীয়কগুলো ১৫, ৫, ৩।

২৫ ÷ ২৫= ১, ২৫ ÷ ৫= ৫

∴ ২৫ এর গুণনীয়কগুলো ২৫,৫।

৩০ ÷ ৩০ = ১, ৩০ ÷ ১৫ = ২, ৩০ ÷ ১০ = ৩, ৩০ ÷ ৬ = ৫, ৩০ ÷ ৫ = ৬, ৩০ ÷ ৩ =১০, ৩০ ÷ ২ =১৫

∴ ৩০ এর গুণনীয়কগুলো হচ্ছে ৩০, ১৫, ১০, ৬, ৫, ৩ ও ২।

মন্তব্য : প্রত্যেক সংখ্যাই ১ দ্বারা বিভাজ্য। এ জন্য ১ কে কোনো সংখ্যার গুণনীয়ক হিসেবে বিবেচনা করা হয় না।

উদাহরণ ৫। ৭, ৮, ১১ এর গুণিতকগুলো নির্ণয় কর।

সমাধান : ৭ এর গুণিতকগুলো : ৭ × ১, ৭ × ২, ৭ × ৩, ৭ × ৪ ইত্যাদি
বা, ৭, ১৪, ২১, ২৮ ইত্যাদি।
৮এর গুণিতকগুলো : ৮ × ১, ৮ × ২, ৮ × ৩, ৮ × ৪ ইত্যাদি
বা, ৮, ১৬, ২৪, ৩২ ইত্যাদি।
১১ এর গুণিতকগুলো : ১১ × ১, ১১ × ২, ১১ × ৩, ১১ × ৪ ইত্যাদি
বা, ১১, ২২, ৩৩, ৪৪ ইত্যাদি।

১.১১। মৌলিক সংখ্যা, কৃত্রিম সংখ্যা, সহমৌলিক সংখ্যা

মৌলিক ও কৃত্রিম সংখ্যা

নিচে কয়েকটি সংখ্যার গুণনীয়ক লেখা হল :

সংখ্যা	গুণনীয়ক
২	১, ২
৩	১, ৩
৪	১, ২, ৪
৫	১, ৫
৬	১, ২, ৩, ৬
৭	১, ৭
৮	১, ২, ৪, ৮
৯	১, ৩, ৯
১১	১, ১১

লক্ষ করি : উপরের ছকে ২, ৩, ৫, ৭ ও ১১ এর গুণনীয়ক কেবল ১ ও ঐ সংখ্যাটি।

> ১ হতে বৃহত্তর যে সকল সংখ্যার ১ ও ঐ সংখ্যা ছাড়া অপর কোনো গুণনীয়ক থাকে না, তাদের মৌলিক সংখ্যা বলা হয়। আর যেসব সংখ্যার ১ ও ঐ সংখ্যা ছাড়াও অন্য গুণনীয়ক থাকে, তাদের কৃত্রিম সংখ্যা বলা হয়।

১৩, ১৪, ১৯, ২৩, ২৭, ২৯, ৩৩, ৩৫ ইত্যাদি সংখ্যাগুলো যাচাই করি।
১৩, ১৯, ২৩ ও ২৯ সংখ্যাগুলোর ১ ও ঐ সংখ্যা ছাড়া আর কোনো গুণনীয়ক নাই। অতএব, এগুলো মৌলিক সংখ্যা।
১৪, ২৭, ৩৩, ৩৫ সংখ্যাগুলোর একটি গুণনীয়ক যথাক্রমে ২, ৩, ৩, ৫। অর্থাৎ, এ সংখ্যাগুলোর ১ ও ঐ সংখ্যা ছাড়া আরও গুণনীয়ক আছে। সুতরাং এগুলো কৃত্রিম সংখ্যা।
১ এমন একটি সংখ্যা যার ঐ সংখ্যা ছাড়া অপর কোনো গুণনীয়ক নাই। কিন্তু ১ যে-কোনো সংখ্যার গুণনীয়ক। এজন্য ১ কে মৌলিক ও কৃত্রিম এদের কোনোটিতেই পর্যায়ভুক্ত করা হয় না।

সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক)

৬ = ৩ × ২, ১৫= ৩ × ৫, ৩৩= ৩ × ১১।
৩ সংখ্যাটি ৬, ১৫ ও ৩৩ এর সাধারণ গুণনীয়ক বা উৎপাদক।

মৌলিক উৎপাদক (গুণনীয়ক)

আমরা জানি, ৫৬ = ২ × ২ × ২ × ৭। অর্থাৎ, ৫৬ এর উৎপাদকগুলোর সেট ২, ২, ২, ৭। আসলে ৫৬ এর স্বতন্ত্র উৎপাদকগুলো ২, ৭; যদিও ২ তিনবার আছে। আবার এগুলো মৌলিক সংখ্যা।
অতএব, ৫৬ এর মৌলিক উৎপাদকগুলো ২, ২, ২, ৭ । {২, ২, ২, ৭}

> কোনো কৃত্রিম সংখ্যার গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলোর মধ্যে যেগুলো মৌলিক সংখ্যা ঐ গুণনীয়কগুলোকে প্রদত্ত সংখ্যার **মৌলিক উৎপাদক** বলে।

মৌলিক উৎপাদক নির্ণয়ের জন্য গাণিতিক সত্য

> যে-কোনো পূর্ণ সংখ্যাকে কেবল একটি উপায়ে এক বা একাধিক মৌলিক উৎপাদকের গুণফলরূপে প্রকাশ করা যায়।

যেমন, ৩৭ = ৩৭, ১০৫ = ৩ × ৫ × ৭।

উদাহরণ ৬। নিচের সংখ্যাগুলোর মৌলিক উৎপাদক নির্ণয় কর :
৬৫, ২৮০, ১৩২০।

সমাধান :

$$\begin{array}{r|l} \text{৫} & \text{৬৫} \\ \hline & \text{১৩} \end{array}$$

∴ ৬৫ এর মৌলিক উৎপাদকগুলো ৫, ১৩। অর্থাৎ, ৬৫ = ৫ × ১৩।

$$\begin{array}{r|l} \text{২} & \text{২৮০} \\ \hline \text{২} & \text{১৪০} \\ \hline \text{২} & \text{৭০} \\ \hline \text{৫} & \text{৩৫} \\ \hline & \text{৭} \end{array}$$

∴ ২৮০ এর মৌলিক উৎপাদকগুলো ২, ২, ২, ৫, ৭।

অর্থাৎ, ২৮০ = ২ × ২ × ২ × ৫ × ৭।

$$\begin{array}{r|l} \text{২} & \text{১৩২০} \\ \hline \text{২} & \text{৬৬০} \\ \hline \text{২} & \text{৩৩০} \\ \hline \text{৩} & \text{১৬৫} \\ \hline \text{৫} & \text{৫৫} \\ \hline & \text{১১} \end{array}$$

∴ ১৩২০ এর মৌলিক উৎপাদকগুলো ২, ২, ২, ৩, ৫, ১১।
অর্থাৎ, ১৩২০ = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৫ × ১১।

লক্ষ করি :

* কৃত্রিম সংখ্যার একটি মৌলিক উৎপাদক (সবচেয়ে ছোট) দ্বারা সংখ্যাকে প্রথমে ভাগ করা হয়েছে।
* প্রাপ্ত ভাগফলকে এর একটি মৌলিক উৎপাদক দ্বারা পর্যায়ক্রমে ভাগ করা হয়েছে । শেষ ভাগফলটি একটি মৌলিক সংখ্যা হয়েছে।
* ভাগ করার সময় |________ চিহ্নটি ব্যবহার করে বামে ভাজক ও নিচে ভাগফল লেখা হয়েছে।
* ভাজকগুলো ও শেষ ভাগফল প্রদত্ত সংখ্যার সব মৌলিক উৎপাদক।

> কোনো সংখ্যা দুই বা ততোধিক প্রদত্ত সংখ্যার গুণনীয়ক বা উৎপাদক হলে, ঐ সংখ্যাকে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর **সাধারণ গুণনীয়ক বা উৎপাদক** বলে।

সহমৌলিক সংখ্যা

১৬ = ১ × ২ × ২ × ২ × ২
৩৫ = ১ × ৫ × ৭

লক্ষ করি : * ১৬ এর মৌলিক উৎপাদকগুলো ১, ২, ২, ২, ২।
* আবার ৩৫ এর মৌলিক উৎপাদকগুলো ১, ৫, ৭।

দেখা যাচ্ছে, ১৬ ও ৩৫ এর মধ্যে ১ ছাড়া সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) নাই। এদেরকে সহমৌলিক সংখ্যা বলে।

আবার, ১০ = ১ × ২ × ৫, ২১ = ১ × ৩ × ৭, ১৪৩ = ১ × ১১ × ১৩

এখানে ১০, ২১ ও ১৪৩ এর মধ্যে ১ ছাড়া কোনো সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) নাই। অতএব, এরাও সহমৌলিক সংখ্যা।

দুই বা ততোধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) কেবলমাত্র ১ হলে, ঐ সংখ্যাগুলো পরস্পর **সহমৌলিক**।

প্রশ্নমালা ১.২

১। নিচের কোন সংখ্যাগুলো নির্দেশিত সংখ্যা দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য দেখাও :

(ক) ৩ দিয়ে : ১৭৩, ১৮৩, ৫৪৬, ৯৪০, ৫০৭০, ৬৭৭৪

(খ) ৪ দিয়ে : ২২৪, ৭৬২, ৬০২৮, ৮৫৪২, ৯৭৫০০, ৮৭৫৪৯০

(গ) ৫ দিয়ে : ৩৭৫, ৪২৭, ৯৩৫, ১৬০০, ৪৬০৫, ৭৮৩২, ৮৫৩৫

(ঘ) ৬ দিয়ে : ৩৭২, ৪৭৬, ৫৩৬, ১০৭৪, ৫২৭৪, ৭৮৩২

(ঙ) ৯ দিয়ে : ১২৬, ৩২৭, ৪৩২, ১৭৩৭, ২১৮৪, ৮০১০।

২। ১০ থেকে বড় কিন্তু ৫০ থেকে ছোট মৌলিক সংখ্যাগুলো লেখ।

৩। ১০৯ কে কোন কোন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ ৪ হবে ?

৪। নিচের সংখ্যাগুলোর কোনটি সহমৌলিক নির্ণয় কর :

(ক) ১১২, ১২৫ (খ) ১৪৪, ১৮৯ (গ) ৭০, ১২১ (ঘ) ৫৪৩, ১২৩ (ঙ) ২১০, ১৪৩।

৫। ২৪৫৮ এর সঙ্গে কমপক্ষে কত যোগ করলে যোগফল ৯ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য ?

৬। নিচের ☐ চিহ্নিত স্থানে কোন অঙ্ক বসালে তা ৯ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হয় :

(ক) ৫৭৪☐২ (খ) ৪৩৭৫☐ (গ) ৮১২☐৭৪

(ঘ) ☐৪১৫৭৮ (ঙ) ৫☐৪৭২৩।

১.১২। গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ. সা. গু.)

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর কয়েকটি সাধারণ গুণনীয়ক বা উৎপাদক থাকলে , তার মধ্যে সবচেয়ে বড় গুণনীয়কটিকে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর **গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বলে**। গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ককে সংক্ষেপে **গ.সা. গু.** লেখা হয়।

উদাহরণ ১। ১৮ ও ৩০ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ১৮ এর গুণনীয়কগুলো হল : ১, ২, ৩, ৬, ৯, ১৮

৩০ এর গুণনীয়কগুলো হল : ১, ২, ৩, ৫, ৬, ১০, ১৫, ৩০

$\therefore$ ১৮ ও ৩০ এর সাধারণ গুণনীয়কগুলো : ১, ২, ৩, ৬

সাধারণ গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি ৬

$\therefore$ নির্ণেয় গ. সা. গু. = ৬।

লক্ষ করি : * ১৮ ও ৩০ এর সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলো হল ২ ও ৩।

$\therefore$ নির্ণেয় গ. সা. গু. = ৬ = ২ × ৩

সাধারণভাবে,

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর গ. সা. গু. হচ্ছে সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলোর ধারাবাহিক গুণফল।

মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে গ. সা. গু. নির্ণয়

উদাহরণ ২। ৬০, ৭২, ৯৬ এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ৬০ = ২ × ২ × ৩ × ৫

৭২ = ২ × ২ × ২ × ৩ × ৩

৯৬ = ২ × ২ × ২ × ২ × ২ × ৩

৬০, ৭২, ৯৬ এর সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলো হচ্ছে ২, ২, ৩।

$\therefore$ নির্ণেয় গ. সা. গু. = ২ × ২ × ৩ = ১২।

উত্তর : ১২।

উদাহরণ ৩। ৩৬, ৭০, ১৭৫ এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ৩৬ = ২ × ২ × ৩ × ৩

৭০ = ২ × ৫ × ৭

১৭৫ = ৫ × ৫ × ৭।

দেখা যাচ্ছে যে, প্রদত্ত সংখ্যার গুণনীয়কগুলোর মধ্যে সাধারণ গুণনীয়ক নাই। অর্থাৎ এরা সহমৌলিক। কিন্তু প্রত্যেক সংখ্যার একটি গুণনীয়ক ১। অতএব প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর সাধারণ গুণনীয়ক ১।

$\therefore$ নির্ণেয় গ. সা. গু. = ১।

উত্তর : ১।

প্রদত্ত সংখ্যাগুলো সহমৌলিক হলে, তাদের গ. সা. গু. ১।

ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়ায় গ. সা. গু. নির্ণয়

বড় বড় সংখ্যার ক্ষেত্রে মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে গ. সা. গু. নির্ণয় করা অনেক সময় কঠিন হয়। তখন ভাগ প্রক্রিয়ায় গ. সা. গু. নির্ণয় করা হয়। গ. সা. গু. নির্ণয়ের এ প্রক্রিয়াকে **ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়া** বলা হয়। কারণ গণিতশাস্ত্রবিদ **ইউক্লিড** সর্বপ্রথম এ প্রক্রিয়া উদ্ভাবন করেন।

ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়ায় দুইটি সংখ্যার গ. সা. গু. নির্ণয় করতে হলে নিচের নিয়মে করতে হবে।

বৃহত্তর সংখ্যাকে ক্ষুদ্রতর সংখ্যা দ্বারা ভাগ করি। অর্থাৎ এখানে বৃহত্তর সংখ্যাটি হল ভাজ্য এবং ক্ষুদ্রতর সংখ্যাটি হল ভাজক। ভাগ প্রক্রিয়ায় যে ভাগশেষ থাকে তা দ্বারা প্রথম ভাজককে ভাগ করি। এখন যে ভাগশেষ থাকবে তা দ্বারা প্রথম ভাগশেষ অর্থাৎ দ্বিতীয় ভাজককে আবার ভাগ করি। এভাবে ভাগ করতে করতে যে পর্যায়ে ভাগশেষ শূন্য হয় ঐ পর্যায়ের ভাজকটি অর্থাৎ শেষ ভাজকটি প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের গ. সা. গু.।

উদাহরণ ৪। ২১ ও ৮১ এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

```
২১ ) ৮১ ( ৩
     ৬৩
     ----
     ১৮ ) ২১ ( ১
          ১৮
          ----
           ৩ ) ১৮ ( ৬
               ১৮
               ----
                ০
```

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু. = ৩।

উত্তর : ৩।

ব্যাখ্যা : প্রত্যেক ভাগ প্রক্রিয়ায়,

ভাজ্য = ভাগফল × ভাজক + ভাগশেষ

উপরের উদাহরণে, প্রথম পর্যায়ে (ক) ৮১ = ৩ × ২১ + ১৮

দ্বিতীয় পর্যায়ে (খ) ২১ = ১ × ১৮ + ৩

তৃতীয় পর্যায়ে (গ) ১৮ = ৬ × ৩ + ০।

* (গ) থেকে দেখা যাচ্ছে ৩, ১৮ এর একটি গুণনীয়ক। সুতরাং (খ) থেকে দেখা যায় ৩, ২১ এর একটি গুণনীয়ক। একইভাবে (ক) থেকে দেখা যায় ৩, ৮১ এর একটি গুণনীয়ক। অর্থাৎ ৩ হল ২১ ও ৮১ এর একটি সাধারণ গুণনীয়ক।

* বিপরীতক্রমে (ক) থেকে বলা যায় ৮১ ও ২১ এর সাধারণ গুণনীয়ক ১৮ এরও গুণনীয়ক হবে। সুতরাং (খ) থেকে বলা যায় তা ৩ এরও গুণনীয়ক হবে।

সুতরাং ৩ হচ্ছে ২১ ও ৮১ এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ. সা. গু.)।

উদাহরণ ৫। ৯৬, ১৬৮০ ও ৭৪৪০ এর গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

```
৯৬) ১৬৮০ (১৭
     ৯৬
    ----
     ৭২০
     ৬৭২
    ----
      ৪৮) ৯৬ ( ২
          ৯৬
         ----
           ০
```

∴ ৯৬ ও ১৬৮০ এর গ. সা. গু. = ৪৮।

আবার,

```
৪৮) ৭৪৪০ (১৫৫
    ৪৮
    ----
    ২৬৪
    ২৪০
    ----
     ২৪০
     ২৪০
    ----
       ০
```

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু. : ৪৮।

উত্তর : ৪৮।

মন্তব্য : ৯৬ ও ১৬৮০ এর গ. সা. গু. ৪৮। আবার , ৪৮ ও ৭৪৪০ এর গ. সা. গু. ৪৮।
∴ নির্ণেয় গ. সা. গু. = ৪৮।

উদাহরণ ৬। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ২৭, ৪০ ও ৬৫ কে ভাগ করলে যথাক্রমে ৩, ৪ ও ৫ ভাগশেষ থাকবে ?

সমাধান : ২৭, ৪০ ও ৬৫ কে নির্ণেয় সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যথাক্রমে ৩, ৪ ও ৫ ভাগশেষ থাকে।

সুতরাং ২৭ − ৩ = ২৪, ৪০ − ৪ = ৩৬, ৬৫ − ৫ = ৬০ কে ভাগ করলে ভাগশেষ থাকবে না।

অর্থাৎ, বৃহত্তম এমন সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে যা ২৪, ৩৬ ও ৬০ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

সুতরাং , নির্ণেয় সংখ্যাটি ২৪, ৩৬ ও ৬০ এর গ. সা. গু. ।

এখন, ২৪ = ২ × ২ × ২ × ৩ ;

৩৬ = ২ × ২ × ৩ × ৩ ;

৬০ = ২ × ২ × ৩ × ৫ ।

∴ ২৪, ৩৬ ও ৬০ এর গ. সা. গু. = ২ × ২ × ৩ = ১২।

∴ নির্ণেয় সংখ্যা = ১২।

উত্তর : ১২।

প্রশ্নমালা ১.৩

১। উৎপাদকের সাহায্যে গ. সা. গু. নির্ণয় কর :
(ক) ৬০, ৯৬ (খ) ৮৮, ১৪৩ (গ) ১০৫, ১৬৫ (ঘ) ২৭৬, ৩৪৫ (ঙ) ৪৮, ৮০, ৯৬
(চ) ৩৮৫, ২৮৬, ৪১৮ (ছ) ৫২৫, ৪৯৫, ৫৭০ (জ) ৫৬০, ৮৩২, ১৭৬০।

২। ইউক্লিডীয় প্রক্রিয়ায় গ. সা. গু. নির্ণয় কর :
(ক) ৩২৩, ৪৩৭ (খ) ৪৯৬, ৭৭৫ (গ) ১৪৪, ২৪০,৬১২ (ঘ) ৪০৫, ৪৫০, ১১০৭ (ঙ) ৯০৬, ১৫১০, ১০৫৭ (চ) ৭৭৯, ১৮৪৩, ৩৭৬২ (ছ) ১১৫৯, ১২৮১, ৩৪১৬ (জ) ৯৯৪৫, ৫০৬০৯ (ঝ) ১২৯২, ৬৪১৭ (ঞ) ২৬৬৬, ৯৬৯৯।

৩। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৫৭, ৯৩ ও ১৮৩ কে ভাগ করলে কোনো ভাগশেষ থাকবে না ?

৪। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ১০০ ও ১৮৪ কে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ৪ থাকবে ?

৫। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৩৬৫ ও ৪৬৩ কে ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে ৫ ও ৭ থাকে ? বৃহত্তম সংখ্যাটি কত?

৬। দুইটি বর্গাকৃতি ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে ১২৯৬ ব. কি. ও ২০২৫ ব. কি.। সর্বাধিক কত ব.কি. ক্ষেত্রফলের পাথর হলে ঘর দুইটির মেঝে বাঁধতে কোনো পাথর ভাঙতে হবে না ?

৭। দুইটি ড্রামে যথাক্রমে ৮৬৮ লিটার ও ৯৮০ লিটার দুধ আছে। সবচেয়ে কত বড় মাপের পাত্র দ্বারা দুইটি ড্রামের দুধ পূর্ণসংখ্যক বারে মাপা যাবে ?

৮। একটি থানার ত্রাণ-ভাড়ারে ১০৮০টি শাড়ি, ১৬২০টি লুঙ্গি, ২৭০০টি জামা মজুত আছে। সবচেয়ে বেশি কয়টি পরিবারের মধ্যে ঐ জিনিসগুলো সমানভাবে ভাগ করে দেওয়া যাবে ? প্রত্যেক পরিবার জিনিসগুলো কী কী পরিমাণে পাবে ?

৯। একটি লোহার পাত ও একটি তামার পাতের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৬৭২ সে. মি. ও ৯৬০ সে. মি.। পাত দুইটি থেকে কেটে নেওয়া একই মাপের সবচেয়ে বড় টুকরার দৈর্ঘ্য কত হবে ? প্রত্যেক পাতের টুকরার সংখ্যা কত হবে ?

১০। ৯৫ কেজি, ১১৫ কেজি ও ১৫৫ কেজি ধান সহজে ওজন করার জন্য সর্বাপেক্ষা বড় কত কেজি ওজনের বাটখারা দরকার ?

১১। তিনটি ড্রামে যথাক্রমে ২২৫ লিটার, ৩৭৫ লিটার ও ৫২৫ লিটার পানি ধরে। সর্বাধিক কত লিটার পানি ধরে এরূপ পানিপূর্ণ কলসির পানি দিয়ে ড্রাম তিনটি পূর্ণ করা যাবে ? কোন ড্রামে কত কলসি পানি ধরে?

১২। একজন লোক ৬·৫০ টাকা, ৯·৫০ টাকা এবং ২৩·০০ টাকা একধরনের মুদ্রা দিয়ে পরিশোধ করলেন। তাঁর সবচেয়ে বড় কত পয়সার মুদ্রার প্রয়োজন হয়েছিল ?

১৩। ১৫৯ টি আম, ২২৭ টি জাম ও ৪০১ টি লিচু সবচেয়ে বেশি কতজন বালকের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলে ৩টি আম, ৬টি জাম ও ১১ টি লিচু ঝুড়িতে থাকবে ?

১.১৩। লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল. সা. গু.)

আমরা সহজে বলতে পারি যে, ৩, ৪, ৬, ৮ সংখ্যাগুলো দ্বারা ২৪, ৪৮, ৭২ এর প্রত্যেকটি সংখ্যা নিঃশেষে বিভাজ্য। ২৪, ৪৮, ৭২ এর প্রত্যেকটিকে ৩, ৪, ৬, ৮ এর সাধারণ গুণিতক বলা হয়।
সাধারণ গুণিতকগুলোর মধ্যে ২৪ ক্ষুদ্রতম। অর্থাৎ ২৪ অপেক্ষা ছোট কোনো সংখ্যা ৩, ৪, ৬, ৮ এর সাধারণ গুণিতক হতে পারে না।
∴ ৩, ৪, ৬, ৮ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক = ২৪।

> প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ক্ষুদ্রতম সাধারণ গুণিতককে তাদের **লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক** বা সংক্ষেপে **ল. সা. গু.** বলে।

মৌলিক গুণনীয়ক (উৎপাদক) এর সাহায্যে ল. সা. গু. নির্ণয়

উদাহরণ ১। ২৪, ৪৮ ও ৬০ এর ল. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : ২৪ = ২ × ২ × ২ × ৩
৪৮ = ২ × ২ × ২ × ২ × ৩
৬০ = ২ × ২ × ৩ × ৫
∴ নির্ণেয় ল. সা. গু. = ২ × ২ × ২ × ২ × ৩ × ৫
= ২৪০।

উত্তর : ২৪০।

মন্তব্য : প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর মৌলিক উৎপাদকে ২ আছে সর্বাধিক ৪ বার, ৩ একবার, ৫ একবার। কাজেই ২ চারবার, ৩ একবার ও ৫ একবার নিয়ে ধারাবাহিক গুণফল বের করলে ল. সা. গু. পাওয়া যাবে।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে ল. সা. গু. নির্ণয়

উদাহরণ ২। ১২, ১৮, ২০, ১০৫ এর ল. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

২	১২,	১৮,	২০,	১০৫
২	৬,	৯,	১০,	১০৫
৩	৩,	৯,	৫,	১০৫
৫	১,	৩,	৫,	৩৫
	১,	৩,	১,	৭

∴ নির্ণেয় ল. সা. গু. = ২ × ২ × ৩ × ৫ × ৩ × ৭
= ১২৬০।

উত্তর : ১২৬০।

প্রদত্ত উদাহরণ থেকে নিয়মটি লক্ষ করি :

* সংখ্যাগুলোর মধ্যে কমা (,) চিহ্ন দিয়ে তাদেরকে এক সারিতে বসিয়ে নিচে একটি রেখা টানা হয়েছে (|_________) চিহ্ন।
* প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর কমপক্ষে দুইটির সাধারণ মৌলিক উৎপাদক দ্বারা ভাগ করা হয়েছে। উৎপাদকটি দ্বারা যে সংখ্যাগুলো নিঃশেষে বিভাজ্য তাদের ভাগফলও এর সঙ্গে রেখার নিচে লেখা হয়েছে। যেগুলো বিভাজ্য নয় তাদেরকেও আবার লেখা হয়েছে।

* নিচের সারির সংখ্যাগুলো নিয়ে আগের নিয়মে কাজ করা হয়েছে।
* এরূপে ভাগ করতে করতে সবার নিচের সারির সংখ্যাগুলো যখন পরস্পর সহমৌলিক হয়েছে তখন আর ভাগ করা হয়নি।
* সবার নিচের সারির সংখ্যাগুলো ও ভাজকগুলোর ধারাবাহিক গুণফলই নির্ণেয় ল. সা.গু.।

ল. সা. গু. ও গ. সা. গু. এর সম্পর্ক

যে-কোনো দুইটি সংখ্যা ৩০ ও ৫০ নিয়ে মৌলিক উৎপাদকগুলো বের করা হল।

৩০ = ২ × ৩ × ৫;
৫০ = ২ × ৫ × ৫

∴ সংখ্যাদ্বয়ের গ. সা. গু. = ২ × ৫
এবং সংখ্যাদ্বয়ের ল. সা.গু. = ২ × ৫ × ৫ × ৩
আবার সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল = ৩০ × ৫০
= (২ × ৩ × ৫) (২ × ৫ × ৫)
= (২ × ৫) (২ × ৫ × ৫ × ৩) [সাজিয়ে লিখে]
= গ. সা. গু. × ল. সা. গু.
∴ দুইটি সংখ্যার গুণফল = গ. সা. গু. × ল. সা. গু.।

দুইটি সংখ্যার গুণফল = সংখ্যাদ্বয়ের গ. সা. গু. × সংখ্যাদ্বয়ের ল. সা. গু.

উদাহরণ ৩। দুইটি সংখ্যার গ. সা. গু. ১৫ এবং ল .সা. গু. ৪২০। একটি সংখ্যা ৬০ হলে, অন্যটি কত ?

সমাধান : সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল = গ. সা. গু. × ল. সা. গু.
অর্থাৎ, প্রথম সংখ্যা × দ্বিতীয় সংখ্যা = গ. সা. গু. × ল. সা. গু.
= ১৫ × ৪২০ = ৬৩০০।
∴ নির্ণেয় সংখ্যা = ৬৩০০ ÷ ৬০ = ১০৫।

উত্তর : ১০৫।

উদাহরণ ৪। চার অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১২, ১৫, ২০ ও ৩৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য ?

সমাধান : প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল. সা. গু. দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য সংখ্যা তাদের প্রত্যেকটি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হবে।

২	১২,	১৫,	২০,	৩৫
২	৬,	১৫,	১০,	৩৫
৩	৩,	১৫,	৫,	৩৫
৫	১,	৫,	৫,	৩৫
	১,	১,	১,	৭

∴ প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর ল. সা. গু. = ২ × ২ × ৩ × ৫ × ৭ = ৪২০।

চার অঙ্কের ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ১০০০

৪২০) ১০০০ (২
৮৪০
১৬০

দেখা যাচ্ছে, ১০০০ সংখ্যাটি ৪২০ দ্বারা বিভাজ্য নয়। ৪২০ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ ১৬০ থাকে। ভাজ্য ১০০০ থেকে ১৬০ কম হলে সংখ্যাটি নিঃশেষে বিভাজ্য হবে। কিন্তু তখন সংখ্যাটি (১০০০–১৬০) বা ৮৪০ অর্থাৎ তিন অঙ্কের হয়। আবার ভাজ্য যদি (৪২০–১৬০) বা ২৬০ বেশি হয়, তাহলে ঐ সংখ্যাটি ৪২০ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে।

∴ নির্ণেয় সংখ্যা = ১০০০ + (৪২০–১৬০) = ১০০০ + ২৬০ = ১২৬০।

উত্তর : ১২৬০।

প্রশ্নমালা ১.৪

১। মৌলিক উৎপাদকের সাহায্যে ল. সা. গু. নির্ণয় কর :

(ক) ২০, ২৫ (খ) ৩৬, ৪৮ (গ) ৬৩, ৮৪ (ঘ) ৯৬, ১২০ (ঙ) ৩০, ৩৬, ৪০

(চ) ৩৫, ৪৯, ৯১ (ছ) ৪২, ৪৮, ৫৬ (জ) ২৪, ৩৬, ৫৪, ৭২, ৯৬।

২। সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে ল. সা. গু. নির্ণয় কর :

(ক) ১৫, ২৫, ৩০ (খ) ১৪, ২১, ৫৬ (গ) ৪০, ৫০, ৬০ (ঘ) ২৮, ৩৫, ৫৬, ৮৪

(ঙ) ১৬, ২৪, ৩০, ৪০, ৪৮ (চ) ২৮, ৩৬, ৫৪, ৭২, ১৪৪ (ছ) ২২, ৮৮, ১৩২, ১৯৮

(জ) ৩৩, ৫৫, ৬০, ৮০, ৯০।

৩। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ৮, ১২, ১৮ এবং ২৪ দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেকবারই ভাগশেষ ৫ থাকবে ?

৪। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যার সঙ্গে ৫ যোগ করলে যোগফল ১৬, ২৪ ও ৩২ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য হবে ?

৫। কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে ২০, ২৫, ৩০, ৩৬ ও ৪৮ দিয়ে ভাগ করলে যথাক্রমে ১৫, ২০, ২৫, ৩১ ও ৪৩ ভাগশেষ থাকে ?

৬। পাঁচ অঙ্কের কোন বৃহত্তম সংখ্যাকে ১৬, ২৪, ৩০, ও ৩৬ দিয়ে ভাগ করলে প্রত্যেকবার ভাগশেষ ১০ থাকে ?

৭। ছয় অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ২৫, ৫০, ৭৫ ও ১২৫ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য ?

৮। ৪০০ ও ৫০০ এর মধ্যবর্তী কোন কোন সংখ্যাকে ১২, ১৫, ২০ ও ৬০ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ ১০ থাকে ?

৯। ৫টি ঘণ্টা প্রথমে একত্রে বেজে পরে যথাক্রমে ৬, ১২, ২৪, ৩০ ও ৪০ সেকেন্ড অন্তর অন্তর বাজতে লাগল। কতক্ষণ পরে ঘণ্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে ?

১০। ৪ জন লোক সায়েদাবাদ থেকে চক্রাকার রাস্তায় সকাল ৬ টায় একই দিকে যাত্রা শুরু করেন। তাঁরা প্রতি ঘণ্টায় যথাক্রমে ১০, ২০, ২৪ ও ৩২ কিলোমিটার পথ অতিক্রম করেন। কমপক্ষে কত দূর পথ অতিক্রম করার পরে তাঁরা আবার একত্রে মিলিত হবেন ?

১১। দুইটি সংখ্যার গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. যথাক্রমে ১৪ ও ১৬৮। একটি সংখ্যা ৪২ হলে, অপরটি কত ?

১২। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৬৪৮। সংখ্যা দুইটির গ. সা. গু. ৯ হলে, ল. সা. গু. কত ?

১৩। দুইটি সংখ্যার গুণফল ৪২৩৫ এবং তাদের ল. সা. গু. ৩৮৫। সংখ্যা দুইটির গ. সা. গু. কত ?

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। ২৩০০৫ সংখ্যাটিতে ৩ এর স্থানীয় মান নিচের কোনটি ?

ক. ৩০ খ. ৩০০

গ. ৩০০০ ঘ. ৩০০৫

২। নিচের কোন সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য ?

ক. ২২৬ খ. ৬৭৭

গ. ৮৩৩ ঘ. ১০২০

৩। ১৬ ও ২৪ এর গ. সা. গু. নিচের কোনটি ?

ক. ৪ খ. ৮

গ. ২৪ ঘ. ৪৮

৪। নিচের কোন সংখ্যা দুইটি সহমৌলিক ?

ক. ২১, ১৪ খ. ১০, ১৫

গ. ২৭, ১২ ঘ. ৯, ১৬

৫। কোন বৃহত্তম সংখ্যা দ্বারা ৪৬ এবং ৯১ কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ১ অবশিষ্ট থাকে ?

ক. ৩ খ. ৫

গ. ৯ ঘ. ১৫

৬। দুইটি সংখ্যার ল.সা.গু. ও গ. সা. গু'র গুণফল ১০৮। একটি সংখ্যা ১২ হলে, সংখ্যা দুইটির গ. সা. গু. কত ?

ক. ১ খ. ৩

গ. ৬ ঘ. ৮

৭। i. ১২০৪ সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য

ii. ১ একটি মৌলিক সংখ্যা

iii. $\frac{\text{ভাজ্য} - \text{ভাগশেষ}}{\text{ভাগফল}} = \text{ভাজক}$

ওপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. i ও iii

গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। তোমার স্কুলে দুইটি বর্গাকার খেলার মাঠ আছে। একটির দৈর্ঘ্য ৩৬ মিটার এবং অপরটির দৈর্ঘ্য ৪৫ মিটার।

ক. বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ।

খ. খেলার মাঠ দুইটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. খেলার মাঠে সর্বাধিক কত বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের কার্পেট দিয়ে মোড়াতে কোনো কার্পেট কাটার প্রয়োজন হবে না ?

২। দশটি অঙ্ক দ্বারা গণিতের সব সংখ্যাই লেখা যায়। এই অঙ্কগুলো হল ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। এদের মধ্যে একটি হচ্ছে 'সংখ্যার অভাবজ্ঞাপক অঙ্ক'।

ক. অভাবজ্ঞাপক অঙ্কটি লেখ।

খ. একই অঙ্ক মাত্র একবার ব্যবহার করে ০, ২ ও ৪ অঙ্কগুলো দ্বারা তিন অঙ্কবিশিষ্ট বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম সংখ্যা দুইটি গঠন কর।

গ. ওপরের বৃহত্তম সংখ্যাটি দ্বারা চার অঙ্কের কোন ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি নিঃশেষে বিভাজ্য হবে?

৩। একটি লোহার দণ্ড ও একটি তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২৬৬৬ সে.মি. ও ৯৬৯৯ সে.মি.।

ক. ২৬৬৬ কে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

খ. লোহার দণ্ড ও তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য মিটারে প্রকাশ কর।

গ. দণ্ড দুইটি থেকে কেটে নেওয়া একই মাপের সবচেয়ে বড় টুকরার দৈর্ঘ্য কত হবে?

দ্বিতীয় অধ্যায়

ভগ্নাংশ (সাধারণ ও দশমিক), সরলীকরণ

২.১। সাধারণ ভগ্নাংশ

$\frac{৭}{১০}$ একটি সাধারণ ভগ্নাংশ। এর হর ১০ এবং লব ৭। এটি একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।

$\frac{৭}{৫}$ ও একটি সাধারণ ভগ্নাংশ। এর হর ৫ এবং লব ৭। এটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

সাধারণভাবে, যে ভগ্নাংশের হর লবের চেয়ে বড় তা প্রকৃত ভগ্নাংশ। যে ভগ্নাংশের হর লবের চেয়ে ছোট তা অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

হর ও লব সমান হলে ভগ্নাংশটি পূর্ণ সংখ্যা হয়। যেমন $\frac{১০}{১০} =$ ১ একটি পূর্ণ সংখ্যা।

সমতুল ভগ্নাংশ : দুইটি ভগ্নাংশকে সমতুল ধরা হয় যদি প্রথমটির লব ও দ্বিতীয়টির হরের গুণফল এবং প্রথমটির হর ও দ্বিতীয়টির লবের গুণফল সমান হয়। যেমন, $\frac{৫}{৭}$ ও $\frac{১৫}{২১}$ সমতুল ভগ্নাংশ।

কেননা, $৫ \times ২১ = ১০৫$

$৭ \times ১৫ = ১০৫$

লক্ষ করি, $\frac{১৫}{২১} = \frac{৫ \times ৩}{৭ \times ৩}$

$\frac{৫}{৭} = \frac{১৫ \div ৩}{২১ \div ৩}$

সাধারণভাবে, কোনো ভগ্নাংশের হর ও লবকে ০ (শূন্য) বাদে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তা প্রদত্ত ভগ্নাংশের সমতুল।

উদাহরণ ১। $\frac{২}{৩}$ এর একটি সমতুল ভগ্নাংশ নির্ণয় কর, যার হর ১২।

সমাধান : $১২ \div ৩ = ৪$

$\therefore \frac{২}{৩} = \frac{২ \times ৪}{৩ \times ৪} = \frac{৮}{১২}$।

তুলনা : যদি দুইটি ভগ্নাংশের ১ম টির লব ও ২য় টির হরের গুণফল, ১ম টির হর ও ২য় টির লবের গুণফল থেকে বড় হয় তবে ১ম ভগ্নাংশটি ২য় ভগ্নাংশ থেকে বড়।

লক্ষ করি, $\frac{১১}{১৮} > \frac{৫}{১৮}$ কেননা $১১ \times ১৮ > ১৮ \times ৫$।

সাধারণভাবে, দুইটি ভগ্নাংশের হর একই হলে যে ভগ্নাংশের লব বড় সেই ভগ্নাংশটি বড়।

আবার, $\frac{৩}{১১} < \frac{৩}{৭}$ কেননা $৩ \times ৭ < ১১ \times ৩$।

সাধারণভাবে, দুইটি ভগ্নাংশের লব একই হলে যে ভগ্নাংশের হর বড় সেই ভগ্নাংশটি ছোট।

উদাহারণ ২। $\frac{৫}{৮}, \frac{৭}{১২}, \frac{১১}{১৬}, \frac{১}{২৪}$ ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজাও।

সমাধান : প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৮, ১২, ১৬, ২৪ এর ল. সা. গু. = ৪৮

$$\therefore \quad \frac{৫}{৮} = \frac{৫ \times ৬}{৮ \times ৬} = \frac{৩০}{৪৮} \quad (\text{যেহেতু } ৪৮ \div ৮ = ৬)$$

$$\frac{৭}{১২} = \frac{৭ \times ৪}{১২ \times ৪} = \frac{২৮}{৪৮} \quad (\text{যেহেতু } ৪৮ \div ১২ = ৪)$$

$$\frac{১১}{১৬} = \frac{১১ \times ৩}{১৬ \times ৩} = \frac{৩৩}{৪৮} \quad (\text{যেহেতু } ৪৮ \div ১৬ = ৩)$$

$$\frac{১}{২৪} = \frac{১ \times ২}{২৪ \times ২} = \frac{২}{৪৮} \quad (\text{যেহেতু } ৪৮ \div ২৪ = ২)$$

যেহেতু, ২ < ২৮ < ৩০ < ৩৩, $\quad \therefore \frac{২}{৪৮} < \frac{২৮}{৪৮} < \frac{৩০}{৪৮} < \frac{৩৩}{৪৮}$

অর্থাৎ, $\frac{১}{২৪} < \frac{৭}{১২} < \frac{৫}{৮} < \frac{১১}{১৬}$

$\therefore$ উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই, $\frac{১}{২৪}, \frac{৭}{১২}, \frac{৫}{৮}, \frac{১১}{১৬}$

উত্তর : $\frac{১}{২৪}, \frac{৭}{১২}, \frac{৫}{৮}, \frac{১১}{১৬}$ ।

প্রশ্নমালা ২.১

১। (*) চিহ্নিত স্থানে সঠিক সংখ্যা বসাও :

(ক) $\frac{১}{৫} = \frac{*}{১৫} = \frac{৪}{*} = \frac{*}{৬০}$ (খ) $\frac{২}{৩} = \frac{*}{১২} = \frac{১৮}{*} = \frac{*}{৪৫}$

(গ) $\frac{৬}{৭} = \frac{*}{৯৮} = \frac{৪৮}{*} = \frac{*}{১০৫}$ (ঘ) $\frac{১২}{১৩} = \frac{৪৮}{*} = \frac{*}{৯১} = \frac{*}{১১৭}$ ।

২। (ক) $\frac{২}{৩}, \frac{৩}{৪}, \frac{৫}{৪৮}, \frac{১৭}{৯৬}$ এর প্রত্যেকটিকে ৯৬ হর-বিশিষ্ট সমতুল ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

(খ) $\frac{৫}{৬}, \frac{৩}{৮}, \frac{৫}{১২}, \frac{১১}{৩৬}$ এর প্রত্যেকটিকে ৭২ হর-বিশিষ্ট সমতুল ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

৩। নিচের প্রত্যেক ক্ষেত্রে ভগ্নাংশ-যুগল সমতুল কিনা দেখাও।

(ক) $\frac{২}{৩}, \frac{২৪}{৩৪}$ (খ) $\frac{৩}{৪}, \frac{২১০}{২৮০}$

(গ) $\frac{৪}{৫}, \frac{৩০৮}{৩৮৫}$ (ঘ) $\frac{২৫}{১১২৩}, \frac{১২}{১৭}$ ।

৪। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজাও :

(ক) $\frac{১}{২}, \frac{৩}{৫}, \frac{৭}{১০}, \frac{৩৩}{৫০}$ (খ) $\frac{৫}{১২}, \frac{৩}{৪}, \frac{৭}{৮}, \frac{৬}{৭}$

(গ) $\frac{৬৫}{৭২}, \frac{৩১}{৩৬}, \frac{৫৩}{৬০}, \frac{১৭}{২৪}$ (ঘ) $\frac{১২}{১৭}, \frac{৯৮}{১০৫}, \frac{৪৩}{৫১}, \frac{২৭}{৩৪}$ ।

৫। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে মানের অধঃক্রম অনুসারে সাজাও :

(ক) $\frac{৬}{৭}, \frac{৭}{৯}, \frac{১৬}{২১}, \frac{৫০}{৬৩}$ (খ) $\frac{১৭}{২৫}, \frac{২৩}{৪০}, \frac{৫১}{৬৫}, \frac{৬৭}{১৩০}$

(গ) $\frac{৫}{১৬}, \frac{১৭}{৮০}, \frac{৫৭}{১৬০}, \frac{১০৩}{২৪০}$ (ঘ) $\frac{১}{৫}, \frac{১৭}{৭০}, \frac{৬১}{২১০}, \frac{৯৭}{৩৫০}$ ।

ভগ্নাংশের চার নিয়ম

২.২। ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

সমহর-বিশিষ্ট কয়েকটি ভগ্নাংশের যোগফল একটি ভগ্নাংশ যার হর প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর এবং যার লব প্রদত্ত ভগ্নাংশের লবগুলোর যোগফল।

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর বিভিন্ন হলে তাদের সমহর-বিশিষ্ট সমতুল ভগ্নাংশে রূপান্তর করে নিতে হবে। সে ক্ষেত্রে প্রদত্ত ভগ্নাংশসমূহের হরগুলোর ল. সা. গু. কে সাধারণ হর রূপে নেওয়া হয়।

উদাহরণ ১। $\frac{৭}{৩২} + \frac{৫}{৩২} + \frac{৩}{৩২} =$ কত ?

সমাধান : $\frac{৭}{৩২} + \frac{৫}{৩২} + \frac{৩}{৩২}$

$= \frac{৭ + ৫ + ৩}{৩২} = \frac{১৫}{৩২}$ ।

উত্তর : $\frac{১৫}{৩২}$ ।

উদাহরণ ২। $\frac{১}{৮} + \frac{৩}{১৬} + \frac{৭}{২৪} =$ কত ?

সমাধান : হরগুলোর অর্থাৎ ৮, ১৬, ২৪ এর ল. সা. গু. = ৪৮

এখন, $\frac{১}{৮} = \frac{১ \times ৬}{৮ \times ৬} = \frac{৬}{৪৮}$

$\frac{৩}{১৬} = \frac{৩ \times ৩}{১৬ \times ৩} = \frac{৯}{৪৮}$

$\frac{৭}{২৪} = \frac{৭ \times ২}{২৪ \times ২} = \frac{১৪}{৪৮}$

$\frac{১}{৮} + \frac{৩}{১৬} + \frac{৭}{২৪} = \frac{৬}{৪৮} + \frac{৯}{৪৮} + \frac{১৪}{৪৮}$

$= \frac{৬+৯+১৪}{৪৮} = \frac{২৯}{৪৮}$ ।

উত্তর : $\frac{২৯}{৪৮}$ ।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে সমাধান :

৮, ১৬, ২৪ এর ল. সা. গু. = ৪৮

$$\frac{১}{৮}+\frac{৩}{১৬}+\frac{৭}{২৪} = \frac{১\times৬+৩\times৩+৭\times২}{৪৮}$$

$$= \frac{৬+৯+১৪}{৪৮} = \frac{২৯}{৪৮} ।$$

মন্তব্য : সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে সমাধান করা সুবিধাজনক।

উদাহরণ ৩। $২+\frac{৩}{৭}$ কত ?

সমাধান : $২=\frac{২}{১}=\frac{২\times৭}{১\times৭}=\frac{১৪}{৭}$

$$২+\frac{৩}{৭}=\frac{১৪}{৭}+\frac{৩}{৭}=\frac{১৪+৩}{৭}=\frac{১৭}{৭}$$

দ্রষ্টব্য : $২+\frac{৩}{৭}$ কে সংক্ষেপে $২\frac{৩}{৭}$ লেখা হয়। এটি একটি মিশ্র ভগ্নাংশ। একে ২ সমস্ত ৭ ভাগের ৩ পড়া হয়।

লক্ষ করি যে, $২\frac{৩}{৭}=\frac{২\times৭+৩}{৭}$

উদাহরণ ৪। $৮\frac{৫}{১৩}+১২\frac{৭}{২৬}$ = কত ?

সমাধান : $৮\frac{৫}{১৩}+১২\frac{৭}{২৬}=৮+\frac{৫}{১৩}+১২+\frac{৭}{২৬}=(৮+১২)+\left(\frac{৫}{১৩}+\frac{৭}{২৬}\right)$

$$=২০+\frac{১০+৭}{২৬}=২০+\frac{১৭}{২৬}=২০\frac{১৭}{২৬} ।$$

উত্তর : $২০\frac{২৭}{২৬}$ ।

বিকল্প পদ্ধতিতে সমাধান :

$$৮\frac{৫}{১৩}+১২\frac{৭}{২৬}$$

$$=\frac{৮\times১৩+৫}{১৩}+\frac{১২\times২৬+৭}{২৬}$$ [অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

$$=\frac{১০৯}{১৩}+\frac{৩১৯}{২৬}$$

$$=\frac{২১৮+৩১৯}{২৬}$$ [১৩ ও ২৬ এর ল. সা. গু.২৬]

$$=\frac{৫৩৭}{২৬}=২০\frac{১৭}{২৬}$$ [মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

মন্তব্য : প্রথম পদ্ধতিতে সমাধান করাই সুবিধাজনক।

দ্রষ্টব্য :

২৬) ৫৩৭ (২০
৫২
১৭

$\therefore$ ৫৩৭ = ২৬ × ২০ + ১৭

$$\therefore \frac{৫৩৭}{২৬} = \frac{২৬ \times ২০ + ১৭}{২৬} = ২০ + \frac{১৭}{২৬} = ২০\frac{১৭}{২৬}$$ ।

এ প্রক্রিয়ায় অপকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করা হয়।

উদাহরণ ৫। $\frac{৭}{১৮} - \frac{৭}{২৪}$ = কত ?

সমাধান : ১৮, ২৪ এর ল. সা. গু. = ৭২

$$\therefore \frac{৭}{১৮} - \frac{৭}{২৪} = \frac{৭ \times ৪ - ৭ \times ৩}{৭২} = \frac{২৮ - ২১}{৭২} = \frac{৭}{৭২}$$ ।

উত্তর : $\frac{৭}{৭২}$ ।

উদাহরণ ৬। $৮\frac{৪}{১৫} - ৭\frac{১৩}{৪৫}$ = কত ?

সমাধান : $৮\frac{৪}{১৫} - ৭\frac{১৩}{৪৫}$

$= \frac{১২৪}{১৫} - \frac{৩২৮}{৪৫}$ [অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

$= \frac{৩৭২ - ৩২৮}{৪৫} = \frac{৪৪}{৪৫}$ ।

উত্তর : $\frac{৪৪}{৪৫}$ ।

উদাহরণ ৭। আজাহার সাহেব তাঁর জমি থেকে এক বছরে $২০\frac{১}{১০}$ কুইন্টাল আমন, $৩০\frac{১}{২০}$ কুইন্টাল ইরি ও $১০\frac{১}{৫০}$ কুইন্টাল আউশ ধান পেলেন। তিনি তাঁর জমি থেকে এক বছরে কত কুইন্টাল ধান পেয়েছেন ?

সমাধান :

$$২০\frac{১}{১০} + ৩০\frac{১}{২০} + ১০\frac{১}{৫০} = (২০ + ৩০ + ১০) + \left(\frac{১}{১০} + \frac{১}{২০} + \frac{১}{৫০}\right)$$

$$= ৬০ + \frac{১০ + ৫ + ২}{১০০} = ৬০ + \frac{১৭}{১০০} = ৬০\frac{১৭}{১০০}$$

$\therefore$ এক বছরে আজাহার সাহেব $৬০\frac{১৭}{১০০}$ কুইন্টাল ধান পেয়েছেন।

উত্তর : $৬০\frac{১৭}{১০০}$ কুইন্টাল।

উদাহরণ ৮। আরিফকে তার বোন ও ভাই যথাক্রমে $১০\frac{১}{৫}$ টাকা ও $২০\frac{১}{১০}$ টাকা দিল। তার আব্বার নিকট থেকে কত পেলে তার একত্রে ৮০ টাকা হবে ?

সমাধান : বোন ও ভাই এর নিকট থেকে প্রাপ্ত টাকার পরিমাণ = $(১০\frac{১}{৫} + ২০\frac{১}{১০})$ টাকা

$= (১০ + ২০ + \frac{১}{৫} + \frac{১}{১০})$ টাকা $= (৩০ + \frac{২ + ১}{১০})$ টাকা

$= (৩০ + \frac{৩}{১০})$ টাকা $= ৩০\frac{৩}{১০}$ টাকা।

৮০ টাকা থেকে বোন ও ভাইয়ের নিকট থেকে প্রাপ্ত টাকার যোগফল বাদ দিলে আরিফের আব্বার দেওয়া টাকার পরিমাণ পাওয়া যাবে।

$\therefore$ আরিফের আব্বার দেওয়া টাকার পরিমাণ = $(৮০ - ৩০\frac{৩}{১০})$ টাকা = $(\frac{৮০}{১} - \frac{৩০৩}{১০})$ টাকা

$= \frac{৮০০ - ৩০৩}{১০}$ টাকা $= \frac{৪৯৭}{১০}$ টাকা $= ৪৯\frac{৭}{১০}$ টাকা।

$\therefore$ আরিফ তার আব্বার নিকট থেকে $৪৯\frac{৭}{১০}$ টাকা পেল।

উত্তর : $৪৯\frac{৭}{১০}$ টাকা।

প্রশ্নমালা ২.২

১। যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{৫}{৯} + \frac{৭}{১৮}$ (খ) $৫\frac{১}{৮} + ৭\frac{৫}{১২}$ (গ) $৭\frac{১}{৭} + ৮\frac{১}{৮} + ১৪\frac{১}{১৪}$ (ঘ) $৩১ + ৯\frac{২}{৫} + \frac{১১}{১৫}$

(ঙ) $৭\frac{৩}{১৭} + ২ + \frac{১০০}{৫১}$ (চ) $১ + \frac{৯৯}{৪} + ২\frac{১}{২} + ৩\frac{১}{৩৬}$ (ছ) $১০ + ৩\frac{১}{৭} + \frac{২২২}{৪৯} + \frac{১}{২১}$

(জ) $১০\frac{১}{২} + ৪\frac{৩}{৫} + ২\frac{৩}{৪} + ৪$ (ঝ) ১০ কি. গ্রা. $৮\frac{১}{৫০}$ গ্রাম + ২৫ কি. গ্রা. $১০\frac{৭}{১০}$ গ্রাম

(ঞ) ৭০ কুইন্টাল $৯\frac{৭}{১০}$ কি. গ্রা. + ৮০ কুইন্টাল $১৭\frac{৩}{৫০}$ কি. গ্রা. + ৪০ কুইন্টাল $২৭\frac{৯}{২৫}$ কি. গ্রা.।

২। বিয়োগ কর :

(ক) $৭ - \frac{৩}{৮}$ (খ) $১৮ - ৪\frac{১}{১৮}$ (গ) $২০ - ৯\frac{২০}{২১}$ (ঘ) $৩৪\frac{১}{৮} - ২৪\frac{১}{৭}$

(ঙ) $৭\frac{২৯}{৬৪} - ২\frac{৩৯}{৪৮}$ (চ) $১২\frac{৪}{৭} - ৩\frac{৩০}{৪৯}$ (ছ) $৩৯\frac{১০}{৬৩} - ২৮\frac{২০}{২১}$ (জ) $৯\frac{৫}{৭২} - ২\frac{৪১}{৪৫}$

(ঝ) ৭৫ কুইন্টাল $১০\frac{১}{৫০}$ কি. গ্রা. − ২৫ কুইন্টাল $৭\frac{৯}{১০০}$ কি. গ্রা.

(ঞ) ২৫ কেজি $১০\frac{১}{৫}$ গ্রা. − ১৭ কেজি $৭\frac{৭}{২৫}$ গ্রা.।

৩। সরল কর : (ক) $২\frac{১}{২} + ৩\frac{১}{৩} - ৪\frac{১}{৪}$ (খ) $৭\frac{১}{৫} + ৯\frac{১}{১৫} - ১০\frac{৭}{৯}$

(গ) $৯\frac{৩}{১৬} - ১০\frac{১}{২} + ৩\frac{১}{৪}$ (ঘ) $৭ - ৩\frac{১৫}{১৬} - ২\frac{৭}{৮} + \frac{৯}{৩২}$

(ঙ) $৭ - \frac{৩}{৮} + ৮ - \frac{৪}{৭}$ (চ) $\frac{১৩}{১৪} - ৭\frac{১}{২} + ৯ - ২\frac{১}{৭}$

(ছ) $৩\frac{১}{৩} + ৪\frac{১}{৪} - ৫\frac{১}{৫} - ২\frac{১}{২০}$ (জ) $২\frac{১}{২} - ৪\frac{৩}{৫} - ১১ + ১৭\frac{৭}{১৫}$।

৪। আসলাম বাজার থেকে $২৫\frac{৩}{৫}$ কেজি চাল, $৩\frac{৭}{১০}$ কেজি ডাল, $১\frac{৭}{৫০}$ কেজি হলুদ ও $১০\frac{৩}{২০}$ কেজি আলু কিনল। সে মোট কত কেজি জিনিস কিনল ?

৫। ঢাকা থেকে আরিচার দূরত্ব ৮৫ কিলোমিটার। ফারুক ঢাকা থেকে আরিচায় যেতে $৫\frac{১}{৪}$ কিলোমিটার রিকশায়, $২৫\frac{৭}{১০}$ কিলোমিটার বাসে, $৫০\frac{৩}{২০}$ কিলোমিটার ট্যাক্সিতে গেল। অবশিষ্ট পথ সে হেঁটে গেল। সে কত কিলোমিটার পথ হেঁটে গেল ?

৬। শাহীনের আম্মা তাকে বাজার করতে ১০০ টাকা দিলেন। শাহীন বাজার থেকে $১৫\frac{১}{১০}$ টাকার বিস্কুট, $২৫\frac{১}{২০}$ টাকার মাছ ও ৩০ টাকার চাল কিনল। শাহীন তার আম্মাকে কত টাকা ফেরত দেবে ?

৭। ২৫ মিটার লম্বা সাদা ফিতার $৪\frac{৩}{১০}$ মিটার কালো, $৫\frac{৪}{২৫}$ মিটার লাল ও $৭\frac{১}{৪}$ মিটার হলুদ রং করা হল। ফিতার কত মিটার সাদা রইল ?

৮। $১০\frac{৫}{১৪}$ ও $৩৮\frac{১১}{২১}$ এর যোগফলের সঙ্গে আর কত যোগ করলে সংখ্যাটি ১০০ হবে ?

৯। দুইটি ভগ্নাংশের যোগফল ৭০। বড় ভগ্নাংশটি $৩৮\frac{৭}{১৯}$ হলে, ছোট ভগ্নাংশটি কত ?

১০। রহিম সাহেবের নিকট ৩০০ টাকা ছিল। তিনি তাঁর তিন ছেলেকে যথাক্রমে $৭৫\frac{৩}{১০}$ টাকা, $৮৫\frac{৩}{২০}$ টাকা ও $৯০\frac{২}{৫}$ টাকা দিলেন। তিনি মেয়েকে $৭০\frac{৭}{২০}$ টাকা দিতে গিয়ে দেখলেন যে তাঁর নিকট কিছু টাকা কম আছে। তাঁর নিকট কত টাকা কম ছিল ?

২.৩। ভগ্নাংশের গুণ

(ক) ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ

৫ কে ৪ দিয়ে গুণ করার অর্থ ৫ কে ৪ বার নিয়ে যোগ করা। তেমনি $\frac{৩}{১৭} \times ৪$ এর অর্থ $\frac{৩}{১৭}$ কে ৪ বার নিয়ে যোগ করা।

সুতরাং $\frac{৩}{১৭} \times ৪ = \frac{৩}{১৭} + \frac{৩}{১৭} + \frac{৩}{১৭} + \frac{৩}{১৭}$

$$= \frac{৩ + ৩ + ৩ + ৩}{১৭} = \frac{৩ \times ৪}{১৭} = \frac{১২}{১৭}$$

লক্ষ করি : $\frac{৩}{১৭} \times ৪ = \frac{৩ \times ৪}{১৭}$ ।

সাধারণভাবে,

$$\boxed{\text{ভগ্নাংশ} \times \text{পূর্ণ সংখ্যা} = \frac{\text{ভগ্নাংশের লব} \times \text{পূর্ণ সংখ্যা}}{\text{ভগ্নাংশের হর}}}$$

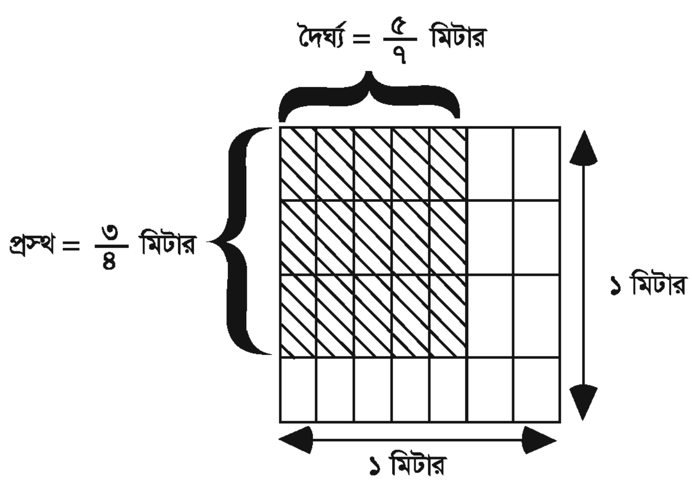
উদাহরণ ১। $\frac{৫}{১৬} \times ৪ =$ কত ?

সমাধান : $\frac{৫}{১৬} \times ৪ = \frac{৫ \times ৪}{১৬} = \frac{২০}{১৬} = \frac{৫}{৪}$ [লব ও হরের সাধারণ উৎপাদক ৪ দিয়ে ভাগ করে]

$$= ১\frac{১}{৪}$$

উত্তর : $১\frac{১}{৪}$ ।

(খ) ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ



চিত্র থেকে লক্ষ করি :

* বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (১ × ১) বর্গমিটার = ১ বর্গমিটার।
  বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যকে রেখা টেনে ৭ ভাগে ও প্রস্থকে ৪ ভাগে বিভক্ত করা হয়েছে। এতে বর্গক্ষেত্রটি ২৮টি ছোট আয়তক্ষেত্রে বিভক্ত হয়েছে। প্রত্যেক ছোট আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২৮}$ বর্গমিটার।
* গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল = $(\frac{৫}{৭} \times \frac{৩}{৪})$ বর্গমিটার।
* গাঢ় অংশে ১৫টি ছোট আয়তক্ষেত্র থাকায় গাঢ় অংশের ক্ষেত্রফল = $(\frac{১}{২৮} \times ১৫)$ বর্গমিটার।

  = $\frac{১৫}{২৮}$ বর্গমিটার।

$\therefore \frac{৫}{৭} \times \frac{৩}{৪} = \frac{১৫}{২৮}$

লক্ষ করি : $\frac{৫}{৭} \times \frac{৩}{৪} = \frac{৫ \times ৩}{৭ \times ৪}$

সাধারণভাবে,

$$\boxed{\text{দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল} = \frac{\text{ভগ্নাংশদ্বয়ের লবের গুণফল}}{\text{ভগ্নাংশদ্বয়ের হরের গুণফল}}}$$

উদাহরণ ২। $\frac{৩}{১৭} \times \frac{৪}{৫}$ = কত ?

সমাধান : $\frac{৩}{১৭} \times \frac{৪}{৫} = \frac{৩ \times ৪}{১৭ \times ৫} = \frac{১২}{৮৫}$

উত্তর : $\frac{১২}{৮৫}$ ।

উদাহরণ ৩। $৪\frac{৫}{১৬} \times ৫\frac{১}{২৩}$ = কত ?

সমাধান : $৪\frac{৫}{১৬} \times ৫\frac{১}{২৩} = \frac{৬৯}{১৬} \times \frac{১১৬}{২৩}$ [অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

$= \frac{৬৯ \times ১১৬}{১৬ \times ২৩} = \frac{৩ \times ২৯}{৪ \times ১} = \frac{৮৭}{৪} = ২১\frac{৩}{৪}$ [মিশ্র ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

উত্তর : $২১\frac{৩}{৪}$ ।

উদাহরণ ৪। $\frac{১২}{৩৫} \times ২\frac{১১}{১২}$ = কত ?

সমাধান : $\frac{১২}{৩৫} \times ২\frac{১১}{১২} = \frac{\overset{১}{\cancel{১২}}}{\underset{১}{\cancel{৩৫}}} \times \frac{\overset{১}{\cancel{৩৫}}}{\underset{১}{\cancel{১২}}} = ১$ [মিশ্র ভগ্নাংশটিকে অপকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]।

উত্তর : ১ ।

দ্রষ্টব্য : উপরের উদাহরণে $\frac{১২}{৩৫}$ এবং $\frac{৩৫}{১২}$ একে অপরের বিপরীত ভগ্নাংশ এবং এদের গুণফল ১।

সাধারণভাবে কোনো ভগ্নাংশের লবকে হর ও হরকে লব করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তাকে প্রথমোক্ত ভগ্নাংশের বিপরীত ভগ্নাংশ বলা হয়।

একটি ভগ্নাংশ ও তার বিপরীত ভগ্নাংশের গুণফল সবসময় ১ হয়।

২.৪। 'এর' এর অর্থ

($১৪ \times \frac{২}{৩}$) কে ১৪ এর দুই-তৃতীয়াংশ বা (১৪ এর $\frac{২}{৩}$) বলা যায়।

তেমনি ($\frac{৮}{৯} \times \frac{২}{৩}$) কে ($\frac{৮}{৯}$ এর $\frac{২}{৩}$) বলা যায়।

অর্থাৎ $\frac{৮}{৯}$ এর $\frac{২}{৩} = \frac{৮}{৯} \times \frac{২}{৩}$ ।

উদাহরণ ৫। $৮\frac{৫}{২০}$ এর $\frac{৫}{৩৩}$ = কত ?

সমাধান : $৮\frac{৫}{২০}$ এর $\frac{৫}{৩৩}$

$= \frac{\overset{৫}{\cancel{১৬৫}}}{\underset{৪}{\cancel{২০}}}$ এর $\frac{\overset{১}{\cancel{৫}}}{\underset{১}{\cancel{৩৩}}} = \frac{৫ \times ১}{৪ \times ১} = \frac{৫}{৪} = ১\frac{১}{৪}$

উত্তর : $১\frac{১}{৪}$।

উদাহরণ ৬। $\frac{৮}{১৫}$ কোন ভগ্নাংশের $\frac{২}{৫}$?

সমাধান : $\frac{২}{৫}$ এর বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{৫}{২}$ ।

সুতরাং $\frac{৮}{১৫} = \frac{৮}{১৫} \times ১$

$= \frac{৮}{১৫} \times (\frac{৫}{২} \times \frac{২}{৫})$

$= (\frac{\overset{৪}{\cancel{৮}}}{\underset{৩}{\cancel{১৫}}} \times \frac{\overset{১}{\cancel{৫}}}{\underset{১}{\cancel{২}}}) \times \frac{২}{৫}$

$$= \frac{৪}{৩} \times \frac{২}{৫}$$

$\therefore$ $\frac{৮}{১৫}$ হল $\frac{৪}{৩}$ এর $\frac{২}{৫}$ ।

উত্তর : $\frac{৪}{৩}$ ।

২.৫। ভগ্নাংশের ভাগ

আমরা জানি ১৫ ÷ ৩ = ৫, কেননা ৫ × ৩ = ১৫।

একই ভাবে ($\frac{৭}{৮} \div \frac{২}{৩}$) এমন একটি ভগ্নাংশ যাকে $\frac{২}{৩}$ দ্বারা গুণ করলে $\frac{৭}{৮}$ পাওয়া যায়।

আমরা লক্ষ করি :

$$(\frac{৭}{৮} \times \frac{৩}{২}) \times \frac{২}{৩}$$

$$= \frac{৭}{৮} \times (\frac{৩}{২} \times \frac{২}{৩})$$

$$= \frac{৭}{৮} \times ১$$

$$= \frac{৭}{৮}$$

সুতরাং $\frac{৭}{৮} \div \frac{২}{৩} = \frac{৭}{৮} \times \frac{৩}{২}$

সাধারণভাবে,

> কোনো ভগ্নাংশকে অপর একটি ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করতে হলে, প্রথম ভগ্নাংশকে দ্বিতীয় ভগ্নাংশের বিপরীত ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করতে হয়।

উদাহরণ ৭। $৭\frac{১}{১২} \div ৩\frac{১}{১৮}$ = কত ?

সমাধান : $৭\frac{১}{১২} \div ৩\frac{১}{১৮} = \frac{৮৫}{১২} \div \frac{৫৫}{১৮}$

$$= \frac{\overset{১৭}{\cancel{৮৫}}}{\underset{২}{\cancel{১২}}} \times \frac{\overset{৩}{\cancel{১৮}}}{\underset{১১}{\cancel{৫৫}}}$$ [$\frac{৫৫}{১৮}$ এর বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{১৮}{৫৫}$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{৫১}{২২} = ২\frac{৭}{২২}$$

উত্তর : $২\frac{৭}{২২}$ ।

২.৬। ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগের প্রয়োগ

উদাহরণ ৮। অসিতবাবু একটি দালানের $\frac{৭}{১৮}$ অংশের মালিক। তিনি তাঁর দালানের $\frac{৫}{৬}$ অংশ তিন পুত্রকে সমানভাবে দান করলেন। প্রত্যেক পুত্র দালানের কত অংশ পেয়েছে ?

সমাধান : অসিতবাবুর তিন পুত্র একত্রে সম্পূর্ণ দালানের ($\frac{৭}{১৮}$এর $\frac{৫}{৬}$) অংশ পেয়েছে।

এখন, $\frac{৭}{১৮}$ এর $\frac{৫}{৬} = \frac{৭ \times ৫}{১৮ \times ৬} = \frac{৩৫}{১০৮}$

অসিত বাবুর তিন পুত্র একত্রে সম্পূর্ণ দালানের $\frac{৩৫}{১০৮}$ অংশ পেয়েছে।

প্রত্যেক পুত্র সম্পূর্ণ দালানের ($\frac{৩৫}{১০৮} \div ৩$) অংশ বা ($\frac{৩৫}{১০৮} \times \frac{১}{৩}$) অংশ বা $\frac{৩৫}{৩২৪}$ অংশ পেয়েছে।

উত্তর : প্রত্যেক পুত্রের প্রাপ্ত অংশ $\frac{৩৫}{৩২৪}$ অংশ।

উদাহরণ ৭। একটি গাড়ি সমবেগে ৮ $\frac{১}{৪}$ ঘণ্টায় ২০৭$\frac{৩}{৮}$ কিলোমিটার যায়। ঘণ্টায় ঐ গাড়ির গতিবেগ কত ?

সমাধান : গাড়িটি ৮$\frac{১}{৪}$ ঘণ্টায় যায় ২০৭ $\frac{৩}{৮}$ কিলোমিটার

∴ ,, ১ ,, ,, (২০৭$\frac{৩}{৮} \div$ ৮ $\frac{১}{৪}$) কিলোমিটার

$$\text{এখন, } ২০৭\frac{৩}{৮} \div ৮\frac{১}{৪} = \frac{১৬৫৯}{৮} \div \frac{৩৩}{৪} = \frac{\overset{৫৫৩}{\cancel{১৬৫৯}}}{\underset{২}{\cancel{৮}}} \times \frac{\overset{১}{\cancel{৪}}}{\underset{১১}{\cancel{৩৩}}} = \frac{৫৫৩}{২} \times \frac{১}{১১}$$

$$= \frac{৫৫৩}{২২} = ২৫\frac{৩}{২২}$$

∴ ঘণ্টায় গাড়ির গতিবেগ = ২৫$\frac{৩}{২২}$ কিলোমিটার

উত্তর : ২৫$\frac{৩}{২২}$ কিলোমিটার।

প্রশ্নমালা ২.৩

১। গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $২\frac{৩}{৫} \times ১\frac{২}{১৩}$ (খ) $৪\frac{৪}{৯} \times ৩\frac{৩}{১০}$ (গ) $৩\frac{৭}{১১} \times ২\frac{১}{৫}$

(ঘ) $৫\frac{৫}{১২} \times ৫\frac{১}{৪}$ (ঙ) $৩\frac{৩}{৮} \times ৪\frac{৫}{৬}$ (চ) $৪\frac{১}{৩} \times \frac{২৭}{৩২} \times ৪\frac{৭}{২৬}$

(ছ) $২\frac{৩}{১৩} \times \frac{৩৯}{৪০} \times \frac{৫০}{৮৭}$ (জ) $৪০৩\frac{৩}{৪} \times \frac{২}{১৭} \times \frac{৫}{১৯}$

২। ভাগফল নির্ণয় কর :

(ক) $১১\frac{২}{৩} \div \frac{৭}{২৪}$ (খ) $৫ \div \frac{১৫}{১৬}$ (গ) $৫\frac{৫}{২৮} \div ১৭\frac{৬}{৭}$ (ঘ) $৯৯\frac{১}{২} \div ৩\frac{১}{৮}$

(ঙ) $১১১\frac{১}{৪} \div ৫\frac{৯}{১৬}$ (চ) $২৭\frac{৩}{৪} \div ১৪\frac{৪}{৫}$ (ছ) $৬\frac{৪}{৫} \div ৭\frac{৯}{২৩}$ ।

৩। মান নির্ণয় কর :

(ক) $১\frac{২}{৩}$ এর $\frac{১}{৫} \div \frac{১}{৯}$ (খ) $৩\frac{২}{৩} \div \frac{৪}{৫}$ এর $৪\frac{৭}{১২}$ (গ) $\frac{২}{৩}$ এর $\frac{৪}{৭}$ এর $\frac{৪৯}{৮০}$

(ঘ) $১\frac{১}{১১} \times \frac{২}{৯} \div ১\frac{৭}{৩৩}$ (ঙ) $২\frac{২}{৭} \div \frac{৪}{৭}$ এর $২\frac{১}{৫}$ (চ) $\frac{১}{২} \div \frac{৩}{৪}$ এর $\frac{৮}{৯} \times ১\frac{৪}{৫}$

(ছ) $৫\frac{১}{৩} \div \frac{৮}{৯}$ এর $\frac{৩}{৫} \times ১\frac{১}{২} \times ১\frac{৩}{৪}$ ।

৪। ৫১০ মিটার লম্বা একটি ফিতা আছে। $৫\frac{১}{১০}$ মিটার পরিমাপের টুকরা ফিতাটি কত টুকরা হবে ?

৫। একই পরিমাপের এক ডজন আমের ওজন $৫\frac{১}{৫}$ কেজি। ৩৯০ কেজিতে এরূপ কয়টি আম পাওয়া যাবে ?

৬। একটি বাগানের দৈর্ঘ্য $১৮\frac{১}{২}$ মিটার এবং প্রস্থ $৯\frac{৩}{৫}$ মিটার। বাগানটির ক্ষেত্রফল কত ?

৭। প্রতি কেজি চিনির দাম $২৯\frac{৩}{৫}$ টাকা। $৩০\frac{১}{১০}$ কেজি চিনির দাম কত ?

৮। দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল $৪৮\frac{১}{৮}$ । একটি ভগ্নাংশ $৩৪\frac{২}{৯}$ হলে, অপরটি কত ?

৯। আজম সাহেব তাঁর সম্পত্তির $\frac{১}{৮}$ অংশ স্ত্রীকে, $\frac{১}{২}$ অংশ পুত্রকে ও $\frac{১}{৪}$ অংশ মেয়েকে দান করলেন। তাঁর অবশিষ্ট সম্পত্তির মূল্য ২০,০০০ টাকা। মোট সম্পত্তির মূল্য কত ?

১০। ভাজক ভাগফলের ১০ গুণ। ভাজক $১৩\frac{৯}{১৭}$ হলে, ভাজ্য কত ?

১১। একটি পানিভর্তি বালতির ওজন $১৬\frac{১}{২}$ কেজি। বালতিটির $\frac{১}{৪}$ অংশ পানিভর্তি থাকলে তার ওজন $৫\frac{১}{৪}$ কেজি হয়। খালি বালতির ওজন কত ?

১২। বার্ষিক পরীক্ষায় মায়া ও ছায়া যথাক্রমে মোট নম্বরের $\frac{৫}{৬}$ অংশ ও $\frac{৪}{৫}$ অংশ পেল। ছায়ার চেয়ে মায়া ৩০ নম্বর বেশি পেয়েছে। মোট নম্বর কত ? প্রত্যেকে কত নম্বর পেয়েছে ?

১৩। ৪ বছর আগে মোস্তাকের বয়স হানিফের বয়সের $\frac{৬}{৭}$ অংশ ছিল। বর্তমান দুইজনের বয়সের সমষ্টি ৬০ বছর। হানিফ ও মোস্তাকের বর্তমান বয়স কত ?

১৪। আনিস সাহেব দোকান থেকে যে পরিমাণ গম ক্রয় করলেন তার অর্ধেক চাল ক্রয় করলেন। যে পরিমাণের চাল ক্রয় করলেন তার অর্ধেক চিনি ও যে পরিমাণের চিনি ক্রয় করলেন তার অর্ধেক ময়দা ক্রয় করলেন । তাঁর ক্রয় করা সব জিনিসের পরিমাণ একত্রে $৭\frac{১}{২}$ কিলোগ্রাম। গম, চাল, চিনি ও ময়দার পরিমাণ কত ?

১৫। ক, খ, গ এর একত্রে $২০৭\frac{১}{৫}$ কেজি চাল আছে। ক অপেক্ষা খ এর $১০\frac{৩}{১০}$ কেজি বেশি চাল আছে। আবার গ এর খ অপেক্ষা $৫\frac{৭}{১০}$ কেজি কম চাল আছে। প্রত্যেকের চালের পরিমাণ নির্ণয় কর।

সাধারণ ভগ্নাংশের গ. সা. গু. ও ল. সা.গু.

২.৭। ভগ্নাংশের গুণনীয়ক ও গুণিতক

আমরা জানি, $\frac{৪}{৩}\div\frac{২}{৯}=\frac{৪}{৩}\times\frac{৯}{২}=৬$ (পূর্ণসংখ্যা)

তাহলে $\frac{৪}{৩}$ ভগ্নাংশকে $\frac{২}{৯}$ দিয়ে ভাগ করায় ভাগফল একটি পূর্ণ সংখ্যা হয়েছে। এখানে আমরা বলি, $\frac{৪}{৩}$ ভগ্নাংশটি $\frac{২}{৯}$ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য। এক্ষেত্রে প্রথম ভগ্নাংশটিকে দ্বিতীয় ভগ্নাংশের গুণিতক এবং দ্বিতীয় ভগ্নাংশটিকে প্রথম ভগ্নাংশের গুণনীয়ক বলে।

২. ৮। ভগ্নাংশের গুণনীয়ক

উদাহরণ ১। $\frac{২}{১৫}, \frac{৪}{২১}, \frac{২}{৫৭}, \frac{৪}{৩৩}$ এর প্রত্যেকটি কি $\frac{৪}{৩}$ ভগ্নাংশের গুণনীয়ক হবে ?

সমাধান : $\frac{৪}{৩}\div\frac{২}{১৫}=\frac{৪}{৩}\times\frac{১৫}{২}=১০,\ \frac{৪}{৩}\div\frac{৪}{২১}=\frac{৪}{৩}\times\frac{২১}{৪}=৭,$

$\frac{৪}{৩}\div\frac{২}{৫৭}=\frac{৪}{৩}\times\frac{৫৭}{২}=৩৮,\ \frac{৪}{৩}\div\frac{৪}{৩৩}=\frac{৪}{৩}\times\frac{৩৩}{৪}=১১।$

যেহেতু $\frac{২}{১৫}, \frac{৪}{২১}, \frac{২}{৫৭}, \frac{৪}{৩৩}$ এর প্রত্যেকটি দিয়ে $\frac{৪}{৩}$ বিভাজ্য, সুতরাং, এগুলো $\frac{৪}{৩}$ এর গুণনীয়ক।

মন্তব্য : প্রদত্ত ভগ্নাংশের প্রত্যেকটিকে প্রথমে লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করে নিতে হবে।

আবার, লব ২, ৪, ২, ৪ প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{৪}{৩}$ এর লব ৪ এর গুণনীয়ক।

সাধারণভাবে,

$$\text{লঘিষ্ঠ আকারের ভগ্নাংশের কোনো গুণনীয়ক ভগ্নাংশ} = \frac{\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের লবের কোনো গুণনীয়ক}}{\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরের কোনো গুণিতক}}$$

২.৯। কতকগুলো ভগ্নাংশের সাধারণ গুণনীয়ক

উদাহরণ ২। $\frac{৪}{৫}, \frac{৫}{৬}, \frac{২}{৩}$ এর একটি সাধারণ গুণনীয়ক ভগ্নাংশ কি $\frac{১}{৩০}$ হতে পারে ?

সমাধান : $\frac{৪}{৫} \div \frac{১}{৩০} = \frac{৪}{৫} \times \frac{৩০}{১} = ২৪$, $\frac{৫}{৬} \div \frac{১}{৩০} = \frac{৫}{৬} \times \frac{৩০}{১} = ২৫$,

$\frac{২}{৩} \div \frac{১}{৩০} = \frac{২}{৩} \times \frac{৩০}{১} = ২০$।

যেহেতু প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{১}{৩০}$ দিয়ে নিঃশেষে বিভাজ্য, সুতরাং প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর একটি সাধারণ গুণনীয়ক $\frac{১}{৩০}$ হতে পারে।

লক্ষ করি : * প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লবের সাধারণ গুণনীয়ক হচ্ছে গুণনীয়ক ভগ্নাংশটির লব।

* আবার প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরের একটি সাধারণ গুণিতক হল ভগ্নাংশটির হর।

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর একটি সাধারণ গুণনীয়ক} = \frac{\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লবের একটি সাধারণ গুণনীয়ক}}{\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরের একটি সাধারণ গুণিতক}}$$

মন্তব্য : $\frac{১}{৬০}, \frac{১}{৯০}, \frac{১}{১২০}$ ইত্যাদি দিয়েও প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো বিভাজ্য। সুতরাং প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর একাধিক সাধারণ গুণনীয়ক থাকতে পারে।

২.১০। ভগ্নাংশের গ. সা. গু.

আগেই বলা হয়েছে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর একাধিক সাধারণ গুণনীয়ক হতে পারে।

$\frac{৭}{২০}$ এবং $\frac{৩}{৪০}$ ভগ্নাংশ দুইটিকে একই হরবিশিষ্ট করে আমরা দেখতে পাই, $\frac{৭}{২০} > \frac{৩}{৪০}$ ।

অর্থাৎ একটি প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব অপেক্ষা বড় লব এবং একই সঙ্গে তার হর অপেক্ষা ছোট হর নিয়ে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটি প্রদত্ত ভগ্নাংশ অপেক্ষা বড় হবে।

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক} = \frac{\text{এদের লবের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক}}{\text{এদের হরের লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক}}$$

$$\text{সংক্ষেপে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু.} = \frac{\text{এদের লবের গ. সা. গু.}}{\text{এদের হরের ল. সা. গু.}}$$

উদাহরণ ৩। $২\frac{১}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ এর গ.সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : $২\frac{১}{৪} = \frac{৯}{৪}, \frac{৩}{১৬}, \frac{৯}{২০}$ এর গ. সা. গু. নির্ণয় করতে হবে।

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ৯, ৩, ৯ এর গ. সা. গু.= ৩

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হর ৪, ১৬, ২০ এর ল. সা. গু. = ৮০

$\therefore$ নির্ণেয় গ. সা. গু = $\frac{৩}{৮০}$ ।

উত্তর : $\frac{৩}{৮০}$ ।

২.১১। ভগ্নাংশের সাধারণ গুণিতক

আমরা জানি,

$$\frac{১৫}{২} \div \frac{১}{২} = \frac{১৫}{২} \times \frac{২}{১} = ১৫$$

$$\frac{১৫}{২} \div \frac{৩}{৪} = \frac{১৫}{২} \times \frac{৪}{৩} = ১০$$

$$\frac{১৫}{২} \div \frac{৫}{৬} = \frac{১৫}{২} \times \frac{৬}{৫} = ৯$$

লক্ষ করি :

* $\frac{১৫}{২}$ হচ্ছে $\frac{১}{২}, \frac{৩}{৪}, \frac{৫}{৬}$ এর একটি সাধারণ গুণিতক।
* আবার ১৫ হচ্ছে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লব ১, ৩, ৫ এর একটি সাধারণ গুণিতক এবং ২ হল হর ২, ৪, ৬ এর একটি গুণনীয়ক।

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর সাধারণ গুণিতক} = \frac{\text{এদের লবের একটি সাধারণ গুণিতক}}{\text{এদের হরের একটি সাধারণ গুণনীয়ক}}$$

২.১২। ভগ্নাংশের ল. সা. গু.

$\frac{৪}{৫}$ এবং $\frac{৩}{১০}$ ভগ্নাংশ দুইটিকে একই হরবিশিষ্ট করে আমরা দেখতে পাই, $\frac{৩}{১০} < \frac{৪}{৫}$ । অর্থাৎ একটি প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব অপেক্ষা ছোট লব এবং একই সঙ্গে তার হর অপেক্ষা বড় হর নিয়ে প্রাপ্ত ভগ্নাংশটি প্রদত্ত ভগ্নাংশ অপেক্ষা ছোট হবে।

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল. সা. গু.)} = \frac{\text{এদের লবগুলোর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (ল. সা. গু.)}}{\text{এদের হরগুলোর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গ. সা. গু.)}}$$

উদাহরণ ৪। $\frac{১২}{১৬}$, $৫\frac{১}{৪}$, $\frac{৩}{২০}$ এর ল. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : $\frac{১২}{১৬}=\frac{৩}{৪}$, $৫\frac{১}{৪}=\frac{২১}{৪}$

অর্থাৎ $\frac{৩}{৪}$, $\frac{২১}{৪}$, $\frac{৩}{২০}$ এর ল. সা. গু. নির্ণয় করতে হবে।

এখন ভগ্নাংশগুলোর লব ৩, ২১, ৩ এর ল. সা. গু.=২১

এবং ভগ্নাংশগুলোর হর ৪, ৪, ২০ এর গ. সা. গু. = ৪

$\therefore$ নির্ণেয় ল. সা. গু. = $\frac{২১}{৪}= ৫\frac{১}{৪}$

উত্তর : $৫\frac{১}{৪}$ ।

মন্তব্য : গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয়ের প্রক্রিয়া শুরু করার আগে ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ আকারে পরিবর্তন করে নিতে হবে।

২.১৩। বিপরীত ভগ্নাংশের গ. সা. গু. ও ল. সা. গু.

উদাহরণ ৫। $\frac{৪}{৫}$, $\frac{২}{১৫}$, $\frac{৩}{৮}$, $\frac{১}{১০}$ এবং এদের বিপরীত ভগ্নাংশগুলোর ল. সা. গু. ও গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রথমে $\frac{৪}{৫}$, $\frac{২}{১৫}$, $\frac{৩}{৮}$, $\frac{১}{১০}$ এর ল. সা. গু. ও গ. সা. গু.নির্ণেয় করি।

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর লব ৪, ২, ৩, ১ এর গ. সা.গু. = ১ এবং ল. সা. গু. = ১২।

আবার প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হর ৫, ১৫, ৮, ১০ এর গ. সা. গু. = ১ এবং ল. সা. গু. = ১২০।

$$\text{ভগ্নাংশগুলোর ল. সা. গু.} = \frac{\text{এদের লবগুলোর ল. সা. গু.}}{\text{এদের হরগুলোর গ. সা. গু.}} = \frac{১২}{১} = ১২$$

$$\text{এবং ভগ্নাংশগুলোর গ. সা. গু.} = \frac{\text{এদের লবগুলোর গ. সা. গু.}}{\text{এদের হরগুলোর ল. সা. গু.}} = \frac{১}{১২০}$$

এখন $\frac{৪}{৫}$, $\frac{২}{১৫}$, $\frac{৩}{৮}$, $\frac{১}{১০}$ এর বিপরীত ভগ্নাংশগুলো যথাক্রমে $\frac{৫}{৪}$, $\frac{১৫}{২}$, $\frac{৮}{৩}$, $\frac{১০}{১}$।

বিপরীত ভগ্নাংশগুলোর লব ৫, ১৫, ৮, ১০ এর গ. সা. গু. = ১ এবং ল. সা. গু. = ১২০

বিপরীত ভগ্নাংশগুলোর হর ৪, ২, ৩, ১ এর গ. সা. গু. = ১ এবং ল. সা. গু. = ১২

$$\therefore \text{ বিপরীত ভগ্নাংশগুলোর ল. সা. গু.} = \frac{\text{এদের লবগুলোর ল. সা. গু.}}{\text{এদের হরগুলোর গ. সা. গু.}} = \frac{১২০}{১} = ১২০।$$

$$\text{এবং বিপরীত ভগ্নাংশগুলোর গ. সা. গু.} = \frac{\text{এদের লবগুলোর গ. সা. গু.}}{\text{এদের হরগুলোর ল. সা. গু.}} = \frac{১}{১২}।$$

মন্তব্য : * প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর ল.সা.গু. ৫ এদের বিপরীত ভগ্নাংশগুলোর গ.সা.গু. $= ১২ \times \frac{১}{১২} = ১$।

* প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর গ. সা. গু. $\times$ এদের বিপরীত ভগ্নাংশগুলোর ল. সা. গু. $= \frac{১}{১২০} \times ১২০ = ১$।

উদাহরণ ৬। দেখাও যে, $৫\frac{১}{৪}$ এবং $১\frac{১}{৮}$ এর গুণফল এদের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. এর গুণফলের সমান হবে।

সমাধান : ভগ্নাংশদ্বয়ের গুণফল $= ৫\frac{১}{৪} \times ১\frac{১}{৮} = \frac{২১}{৪} \times \frac{৯}{৮} = \frac{১৮৯}{৩২}$ ।

ভগ্নাংশদ্বয়ের লব ২১, ৯ এর ল. সা. গু. = ৬৩ এবং গ. সা. গু. = ৩

আবার ভগ্নাংশদ্বয়ের হর ৪, ৮ এর ল. সা. গু. =৮ এবং গ. সা. গু. = ৪

$\therefore$ ভগ্নাংশদ্বয়ের ল. সা. গু. $= \frac{\text{এদের লবগুলোর ল. সা. গু.}}{\text{এদের হরগুলোর গ. সা. গু.}} = \frac{৬৩}{৪}$

এবং এদের গ. সা. গু. $= \frac{\text{এদের লবগুলোর গ. সা. গু.}}{\text{এদের হরগুলোর ল. সা. গু.}} = \frac{৩}{৮}$

$\therefore$ ভগ্নাংশদ্বয়ের ল. সা. গু. $\times$ গ. সা. গু. $= \frac{৬৩}{৪} \times \frac{৩}{৮} = \frac{১৮৯}{৩২}$

অর্থাৎ ভগ্নাংশদ্বয়ের গুণফল = এদের ল. সা. গু. $\times$ গ. সা. গু.।

মন্তব্য : অপর যে-কোনো ভগ্নাংশদ্বয়ের গুণফল = এদের ল. সা. গু. $\times$ গ. সা. গু.।

প্রশ্নমালা ২.৪

১। গ. সা. গু. নির্ণয় কর।

(ক) $\frac{৮}{৯}, \frac{১৬}{২৫}, \frac{২৮}{৪৫}$ (খ) $২\frac{১}{২}, ৩\frac{১}{৩}$ (গ) $৯\frac{১}{৩}, ৮\frac{২}{৫}, ১৫\frac{৩}{৪}$ (ঘ) $৩\frac{১}{২}, ৫\frac{১}{৪}, ৬\frac{১}{৮}$

(ঙ) $২\frac{১}{৬}, ১\frac{৭}{৮}, \frac{৭}{২০}$ (চ) ৮, $২\frac{২}{৫}, \frac{৮}{১০}$ (ছ) $\frac{৭}{৮}, ৮\frac{২}{৫}, \frac{৭৭}{৫৫}$ (জ) $১\frac{৩}{৫}, ২\frac{১}{১০}, ৫\frac{৩}{২০}$

২। ল. সা. গু. নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{৭}{৮}, \frac{২১}{৩২}$ (খ) $৯\frac{১}{৫}, ৬\frac{৯}{১০}, \frac{৩}{২৫}$ (গ) ৩, $\frac{২৪}{৩৮}, \frac{১৫}{৩৪}$ (ঘ) $১\frac{১}{১৪}, ৩\frac{৩}{৭}, ১৭\frac{১}{৭}$

(ঙ) $২\frac{২}{৫}, ৭\frac{১}{৫}, ২\frac{২২}{২৫}$ (চ) $\frac{১২}{১৬}, ৩\frac{৩}{৪}, ৫\frac{১}{৪}$ (ছ) $\frac{১৫}{১৬}, ৫\frac{৫}{৮}, ৪$ (জ) $৫\frac{৫}{৮}, ৩\frac{১৫}{১৬}, ৪$।

৩। নিচের ভগ্নাংশগুলোর বিপরীত ভগ্নাংশের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{৩}{৪}, \frac{৭}{১৫}$ (খ) $১\frac{৩}{৪}, ৫\frac{১}{৪}$ (গ) $২\frac{২}{৫}, ২, ৩\frac{১}{৫}$ (ঘ) $৪, ৫\frac{১}{৩}, ৯\frac{৩}{৫}$

(ঙ) $\frac{১}{৭}, ৫\frac{১}{২}, ৯\frac{১}{৬}$ (চ) $\frac{৫}{১৬}, ৩\frac{১}{৮}, ৯\frac{৩}{৮}$ (ছ) $৮, ৮\frac{৮}{৯}, ১৯\frac{১}{৫}$ ।

৪। দুইটি ভগ্নাংশের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. যথাক্রমে $\frac{৩৫}{৮}$ এবং $\frac{১}{১৬}$। একটি ভগ্নাংশ $\frac{৭}{৮}$ হলে, অপরটি কত ?

৫। কোনো বৃহত্তম সংখ্যা দিয়ে $\frac{৫}{৩২}, \frac{৭}{৮০}$ এবং $৫\frac{৭}{১৬}$ কে ভাগ করলে, প্রত্যেক ক্ষেত্রে ভাগফল পূর্ণসংখ্যা হবে ?

৬। দুইটি চৌবাচ্চায় যথাক্রমে $৯৬\frac{১}{৪}$ লিটার ও $১০৩\frac{১}{৮}$ লিটার পানি ধরে। বালতির পানি দিয়ে চৌবাচ্চায় দুইটি পূর্ণ করা হল। বালতিতে সর্বাধিক কত লিটার পানি ধরে? কোন চৌবাচ্চায় কত বালতি পানি ধরে ?

৭। কোন ক্ষুদ্রতম ভগ্নাংশ থেকে $\frac{১}{৮}$ বিয়োগ করলে বিয়োগফল $৭\frac{১}{৫}, ২\frac{২২}{২৫}$ ও $৫\frac{১৯}{২৫}$ দ্বারা বিভাজ্য হবে ?

৮। পাঁচটি ঘণ্টা প্রথমে একত্রে বেজে পরে যথাক্রমে $১\frac{১}{৫}, ২\frac{১}{১০}, ১\frac{১}{২০}, ৬\frac{৩}{১০}$ ও ২১ মিনিট অন্তর অন্তর বাজতে লাগল। কতক্ষণ পরে ঘণ্টাগুলো পুনরায় একত্রে বাজবে ?

সাধারণ ভগ্নাংশের সরলীকরণ

২.১৪। 'BODMAS' এর ব্যাখ্যা

'BODMAS' শব্দটি মনে রাখলে সরলীকরণের ক্ষেত্রে খুব সুবিধা হয়। এখানে **B** তে **Brackets** (বন্ধনী), **O** তে **Of** (এর), **D** তে **Division** (ভাগ), **M** তে **Multiplication** (গুণ), **A** তে **Addition** (যোগ), **S** তে **Subtraction** (বিয়োগ) বোঝায়। শব্দটিতে অক্ষরগুলো যে ক্রমে আছে সরলীকরণের কাজগুলো একই ক্রমে করতে হয়।

আবার বন্ধনীগুলোর প্রথমে রেখা-বন্ধনী এবং তারপর পর্যায়ক্রমে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় বন্ধনীর ভিতরের কাজ করতে হয়।

২.১৫ বন্ধনীবিহীন রাশিমালার সরলীকরণ

রাশিমালার সরলীকরণের নিচের প্রক্রিয়া চিহ্নগুলো ব্যবহার করা হয় :

+	−	×	÷
যোগ	বিয়োগ	গুণ	ভাগ

এ ছাড়াও রাশিমালায় ‘এর ’ ব্যবহার করা হয়। যার অর্থ আগেই বলা হয়েছে।
উপরের চিহ্নযুক্ত রাশিমালার সরলীকরণের ক্ষেত্রে সর্বপ্রথমে ’এর‘ এর কাজ করতে হয়। এরপর পর্যায়ক্রমে ভাগ, গুণ, যোগ ও বিয়োগের কাজ করতে হয়।

উদাহরণ ১। সরল কর : $২\frac{২}{৩} \div \frac{৪}{৫}$ এর $\frac{২}{৩} \times \frac{১}{৬} + ১\frac{১}{৫} - ২\frac{১}{২} \times \frac{১}{৪}$

সমাধান : $২\frac{২}{৩} \div \frac{৪}{৫}$ এর $\frac{২}{৩} \times \frac{১}{৬} + ১\frac{১}{৫} - ২\frac{১}{২} \times \frac{১}{৪}$

$= \frac{৮}{৩} \div \frac{৪}{৫}$ এর $\frac{২}{৩} \times \frac{১}{৬} + \frac{৬}{৫} - \frac{৫}{২} \times \frac{১}{৪}$

$$= \frac{৮}{৩} \div \frac{৮}{১৫} \times \frac{১}{৬} + \frac{৬}{৫} - \frac{৫}{২} \times \frac{১}{৪} = \frac{\cancel{৮}^{১}}{\cancel{৩}_{১}} \times \frac{\cancel{১৫}^{৫}}{\cancel{৮}_{১}} \times \frac{১}{৬} + \frac{৬}{৫} - \frac{৫}{২} \times \frac{১}{৪}$$

$$= \frac{৫}{৬} + \frac{৬}{৫} - \frac{৫}{৮} = \frac{১০০+১৪৪-৭৫}{১২০} = \frac{২৪৪-৭৫}{১২০}$$

$$= \frac{১৬৯}{১২০} = ১\frac{৪৯}{১২০}।$$

উত্তর : $১\frac{৪৯}{১২০}$।

২.১৬। বন্ধনীযুক্ত রাশিমালার সরলীকরণ

বন্ধনীর চিহ্নগুলো নিচে দেওয়া হল :

————	( )	{ }	[ ]
রেখা বন্ধনী	প্রথম বন্ধনী	দ্বিতীয় বন্ধনী	তৃতীয় বন্ধনী

রাশিমালায় বন্ধনী থাকলে প্রথমে বন্ধনীর ভিতরের কাজগুলো করতে হয়। বন্ধনী দেওয়ার অর্থই হল বন্ধনীযুক্ত রাশিমালা একসূত্রে গাঁথা।

সর্বপ্রথমে রেখা-বন্ধনীর নিচের কাজ করতে হয়। এরপর পর্যায়ক্রমে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় বন্ধনীর ভিতরের কাজ শেষ করতে হয়। বন্ধনীর আগে কোনো চিহ্ন না থাকলে সেখানে ‘এর’ আছে ধরে নিতে হবে।

উদাহরণ ২। সরল কর : $\frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}(৪-\overline{\frac{১}{২}+\frac{১}{৬}})\}]$

সমাধান : $\frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}(৪-\overline{\frac{১}{২}+\frac{১}{৬}})\}]$

$$= \frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}(৪-\frac{৩+১}{৬})\}]$$

$$= \frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}(৪-\frac{৪}{৬})\}]$$

$$= \frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{২}{৫}(\frac{২৪-৪}{৬})\}]$$

$$= \frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{{}^{১}\cancel{২}}{\cancel{৫}_{১}} \text{ এর } \frac{\overset{৪}{\cancel{২০}}}{\cancel{৬}_{৩}}\}]$$

$$= \frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{৪}\{৪-\frac{৪}{৩}\}] = \frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{৪}\{\frac{১২-৪}{৩}\}]$$

$$= \frac{৩}{৫}[৪-\frac{১}{\cancel{৪}_{১}} \text{ এর } \frac{{}^{২}\cancel{৮}}{৩}] = \frac{৩}{৫}[৪-\frac{২}{৩}]$$

$$= \frac{৩}{৫}[\frac{১২-২}{৩}] = \frac{{}^{১}\cancel{৩}}{\cancel{৫}_{১}} \text{ এর } \frac{{}^{২}\cancel{১০}}{\cancel{৩}_{১}} = \frac{২}{১} = ২\text{।}$$

উত্তর : ২।

২.১৭। সরল ভগ্নাংশ : যে ভগ্নাংশের লব ও হর উভয়ই পূর্ণসংখ্যা, তাদেরকে সরল ভগ্নাংশ বলে। প্রকৃত, অপ্রকৃত ও মিশ্র ভগ্নাংশ সরল ভগ্নাংশের অন্তর্ভুক্ত।

যেমন, $\frac{৭}{১৯}$, $২\frac{১}{৭}$, $\frac{১৫}{৭}$, $\frac{৯৭}{৪৮}$ ইত্যাদি।

২.১৮। জটিল ভগ্নাংশ : যে ভগ্নাংশের লব বা হর কিংবা উভয়ই পূর্ণ সংখ্যা নয়, তাকে জটিল ভগ্নাংশ বলে।

যেমন, $\frac{২}{\frac{৩}{৫}}$, $\frac{৭}{২\frac{২}{৩}}$, $\frac{৬\frac{১}{৩}}{৮\frac{১}{৯}}$, $\frac{\frac{২}{৫}-২\frac{১}{৪}}{৮\frac{১}{৩}\text{ এর }\frac{২}{৭}}$ ইত্যাদি

উদাহরণ ৩। সরল কর : $\frac{৩}{১৪}\text{ এর }\dfrac{৪\frac{৫}{৯}}{৬\frac{১}{৬}}\text{ এর }\dfrac{৬\frac{৮}{১১}}{১১\frac{৫}{৭}}$

সমাধান : $\frac{৩}{১৪}\text{ এর }\dfrac{৪\frac{৫}{৯}}{৬\frac{১}{৬}}\text{ এর }\dfrac{৬\frac{৮}{১১}}{১১\frac{৫}{৭}}$

$$= \frac{৩}{১৪}\text{ এর }\dfrac{\frac{৪১}{৯}}{\frac{৩৭}{৬}}\text{ এর }\dfrac{\frac{৭৪}{১১}}{\frac{৮২}{৭}}$$

$$= \frac{৩}{১৪}\text{ এর }\left(\frac{৪১}{৯} \div \frac{৩৭}{৬}\right)\text{ এর }\left(\frac{৭৪}{১১} \div \frac{৮২}{৭}\right)$$

$$= \frac{৩}{১৪}\text{ এর }\left(\frac{৪১}{\underset{৩}{\cancel{৯}}} \times \frac{\overset{২}{\cancel{৬}}}{৩৭}\right)\text{ এর }\left(\frac{\overset{৩৭}{\cancel{৭৪}}}{১১} \times \frac{৭}{\underset{৪১}{\cancel{৮২}}}\right)$$

$$= \frac{\overset{১}{\cancel{৩}}}{\underset{২}{\cancel{১৪}}}\text{ এর }\frac{\overset{১}{\cancel{৪১}} \times \overset{১}{\cancel{২}}}{\underset{১}{\cancel{৩}} \times \underset{১}{\cancel{৩৭}}}\text{ এর }\frac{\overset{১}{\cancel{৩৭}} \times \overset{১}{\cancel{৭}}}{১১ \times \underset{১}{\cancel{৪১}}} = \frac{১}{১১}\text{ ।}$$

উত্তর : $\frac{১}{১১}$ ।

ব্যাখ্যা : জটিল ভগ্নাংশকে প্রথমে সরল ভগ্নাংশে পরিণত করতে হয়। জটিল ভগ্নাংশের কাজ শেষ হবার পরই গুণ না করে উদাহরণে উল্লিখিত প্রক্রিয়ায় কাজ করলে সরলীকরণ সহজে করা যায়।

প্রশ্নমালা ২.৫

সরল কর :

১। $\frac{৩}{৪} \div ১\frac{১}{২} \times ২\frac{১}{৩} - \frac{১}{২}\text{ এর }\frac{১}{৩}$

২। $২\frac{১}{৩} + \frac{৩}{৮}\text{ এর }\frac{৭}{৯} + ১ - \frac{৫}{২৪} - ৩\frac{১}{৩}$

৩। $২\frac{৩}{৪} - \frac{৩}{৫}\text{ এর }\frac{১}{৩} \div ১\frac{৩}{৫} - ১\frac{৩}{১৬} - ২\frac{১}{৪} \div ২$

৪। $৪\frac{৪}{৭} + ৫\frac{৫}{৭} \div ৮ - ২০\frac{১}{৪} \times ৩\frac{১}{৯}$ এর $\frac{১}{২৮} \div \frac{৩}{১৬}$ এর $২\frac{২}{৩}$

৫। $৩\frac{২}{৩} \div ২\frac{৩}{৪} - ২\frac{৪}{৫} \div ৭ \times ১\frac{১}{৪}$ এর $১\frac{১}{২} + \frac{৫}{১২}$

৬। $৭\frac{১}{২} - [৩\frac{১}{৪} \div \{\frac{৩}{৪} - \frac{১}{৩}(\frac{২}{৩} - \overline{\frac{১}{৬} - \frac{১}{৮}})\}]$

৭। $১৯ - [\frac{৩}{৪} \div ১\frac{১}{৩} + \{\frac{৩}{৮} + ১\frac{১}{২} \div (\frac{১}{৪} - \frac{১}{৬})\}]$

৮। ৫ এর $২\frac{২}{৫}[\frac{৩}{৪} - ২\frac{২}{৩}\{\frac{৩}{৮} - \frac{১}{২}(\frac{১}{৩} - \overline{\frac{১}{৪} - \frac{১}{৬}})\}]$

৯। $৪\frac{৪}{২৭} - [২\frac{১}{৩} \div \{৮\frac{৩}{৪} - \frac{১}{২}(\frac{২}{৩} \div \overline{\frac{১}{৬} - \frac{১}{৮}})\}]$

১০। $[৮\frac{১}{৩} - ৩\frac{৩}{৪} - \{৬\frac{১}{৪} - ৫\frac{৩}{১৪} \div (\frac{৩}{৫}$ এর $\frac{৫}{৭} \div \overline{\frac{৭}{৯} - \frac{৫}{১৮}})\}]$

১১। $১\frac{৫}{৬} + ৭\frac{১}{৩} - [১\frac{৩}{৪} + \{৩\frac{২}{৩} - (৬\frac{১}{২} - ২\overline{\frac{১}{৩} \text{ এর } ১\frac{১}{২} + \frac{৩}{৪}})\}]$

১২। $৩\frac{৪}{৫} - [\frac{১}{৪} - \{\frac{১}{৪} - (\frac{১}{৩} - \frac{১}{৬})\}] + ৩\frac{১}{৩}$ এর $১\frac{১}{২} - ৭\frac{১৯}{৩০}$

১৩। $৩\frac{১১}{২৬}[\frac{৫}{৮৯} - \frac{১}{৮} \times ৪ \div \{১৩ - ৩\frac{১}{৮} + ৩\frac{১১}{১৬} - (৩ \div \overline{৩ - ১\frac{১০}{১৩}})\}]$

১৪। $[\frac{১১}{১৫} \div \{১\frac{৩}{৫} \div ৯\frac{৩}{৫}$ এর $৩\frac{১}{৩} + (\frac{১}{২} \times ৩\frac{১}{২} - \frac{২}{৩} - \frac{২}{৫})\}]$

১৫। $\frac{১}{২৪} \div [\frac{১}{৭৮} \div ৪\frac{৩}{২৬}$ এর $\frac{৮}{৩২১} - \{\frac{১}{১২} - \frac{১}{৮} + (২\frac{১}{১৬} \div \overline{৯\frac{৫}{১১} + ৭\frac{১}{২২}})\}]$

১৬। $$\frac{১\frac{২}{৩} - \frac{১}{৫} \text{ এর } \frac{৭}{৮} \div \frac{৯}{৪০}}{\frac{৪}{৯} \div ১\frac{১}{৭} - \frac{১}{৬} + \frac{২}{৩}}$$

১৭। $$\frac{১\frac{২}{৩}\text{ এর }১\frac{১}{৪}}{৩\frac{২}{৫}-২\frac{১৭}{৩০}}+\frac{২-১\frac{৪}{৭}}{৫\frac{২}{৩}+\frac{১১}{২১}-৬}$$

১৮। $$\frac{২\frac{১}{৪}}{২\frac{২}{৩}}+\frac{২\frac{১}{২}+৫\frac{১}{৫}}{৩\frac{১}{৩}+৯\frac{১}{২}}+\frac{১}{২}+\frac{৩}{৮}\text{ এর }\frac{৩}{২০}$$

১৯। $$\frac{\frac{৩}{৪}\div\frac{৩}{৪}\text{ এর }\frac{৩}{৪}}{\frac{৩}{৪}\div\frac{৩}{৪}\times\frac{৩}{৪}}\times\frac{৮\frac{১}{৪}\div ৭\frac{৯}{১৬}+৫\frac{১}{৪}}{৭\frac{১}{৩}\text{ এর }৫\frac{২}{১১}-২৩\frac{১০}{১১}}$$

২০। $$১+\frac{৪\frac{১}{২}}{৩২}+\frac{৫\frac{৫}{৮}\div\frac{২}{৩}}{১\frac{১}{৫}\text{ এর }\frac{৫}{৯}\div ১০\frac{২}{৩}}\times\frac{৪}{৫}\text{ এর }\frac{১\frac{১}{২}\text{ এর }৪\frac{১}{৯}}{১৩\frac{৭}{৮}\times ৫\frac{১}{৩}}$$

দশমিক ভগ্নাংশ

২.১৯। দশমিক ভগ্নাংশের যোগ

উদাহরণ ১। যোগ কর : ১৭·৫, ২·০৭ ও ২১·৭৪৫।

সমাধান :

```
 ১৭·৫০০
  ২·০৭০
 ২১·৭৪৫
--------
 ৪১·৩১৫
```

উত্তর : ৪১·৩১৫।

লক্ষ করি,

* প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর শেষটির সহস্রাংশের স্থানে ৫ আছে।
* প্রথম সংখ্যাটিতে সহস্রাংশের ও শতাংশের স্থানে কোনো অঙ্ক নেই। কাজেই ঐ দুইটি স্থানে শূন্য ধরা হয়েছে। তদ্রুপ দ্বিতীয় সংখ্যার সহস্রাংশের স্থানে শূন্য ধরা হয়েছে।
* প্রদত্ত সংখ্যাগুলো এমনভাবে সাজাতে হবে যেন দশমিক বিন্দুগুলো নিচে নিচে পড়ে।

উদাহরণ ২। যোগ কর : ১৮·৫৭৯৪, ২৫ ও ০·৪২০৬

সমাধান :

১৮·৫৭৯৪
২৫·০০০০
০·৪২০৬
৪৪·০০০০

উত্তর : ৪৪।

মন্তব্য : পূর্ণ সংখ্যার এককের ডান দিকে দশমিক বিন্দু বসিয়ে প্রয়োজনমতো শূন্য বসালে পরিবর্তন হয় না। যোগফলে দশমিক বিন্দুর পরে কেবল শূন্য আছে। এই শূন্যগুলোর কোনো মান নেই, তাই শূন্যগুলো বাদ দিয়ে কেবল ৪৪ লেখা হয়েছে।

২.২০। দশমিক ভগ্নাংশের বিয়োগ

উদাহরণ ৩। ৫·৭ থেকে ০·৭৪৩৬৫ বিয়োগ কর।

সমাধান :

৫·৭০০০০
০·৭৪৩৬৫
৪·৯৫৬৩৫

উত্তর : ৪·৯৫৬৩৫।

২.২১। দশমিক ভগ্নাংশের গুণ

উদাহরণ ৪। ·০৬৫৭ কে ·৭৫ দিয়ে গুণ কর।

সমাধান :

৬৫৭
৭৫
৩২৮৫
৪৫৯৯০
৪৯২৭৫

∴ ·০৬৫৭ × ·৭৫ = ·০৪৯২৭৫।

উত্তর : ·০৪৯২৭৫।

লক্ষ করি :

* সংখ্যাদ্বয় থেকে দশমিক বিন্দু বর্জন করে সাধারণ গুণের মতো গুণ করা হয়েছে। গুণ্য থেকে দশমিক বিন্দু বর্জন করার পর সর্ববামের শূন্য বাদ দেওয়া হয়েছে।
* গুণ্যে দশমিক বিন্দুর পর ৪টি অঙ্ক ও গুণকে দশমিক বিন্দুর পর ২টি অঙ্ক আছে। অর্থাৎ গুণ্য ও গুণক মিলে মোট (৪+২)টি বা ৬টি অঙ্ক আছে। গুণফলের ডানদিক থেকে ৬ অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসিয়ে গুণফল পাওয়া গেছে।
* গুণফলের ডানদিক থেকে ৬ অঙ্কের বামে দশমিক বিন্দু বসানোর জন্য একটি শূন্যের প্রয়োজন হয়েছে।

বিকল্প পদ্ধতি : ˙০৬৫৭ × ˙৭৫

$= \frac{৬৫৭}{১০০০০} \times \frac{৭৫}{১০০}$ [দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

$= \frac{৬৫৭ \times ৭৫}{১০০০০ \times ১০০} = \frac{৪৯২৭৫}{১০০০০০০}$

= ˙০৪৯২৭৫ [দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তর করে]

উদাহরণ ৫ । মান নির্ণয় কর :

(ক) ˙০৩৫৭ × ১০০ (খ) ˙৭৫৪৩ × ১০০০০০

সমাধান : (ক) ˙০৩৫৭ × ১০০

৩৫৭
১০০
———
৩৫৭০০

∴ ˙০৩৫৭ × ১০০ = ৩˙৫৭

∴ নির্ণেয় মান ৩˙৫৭ ।

(খ) ˙৭৫৪৩ × ১০০০০০

৭৫৪৩
১০০০০০
———
৭৫৪৩০০০০০

∴ ˙৭৫৪৩ × ১০০০০০ = ৭৫৪৩০

∴ নির্ণেয় মান ৭৫৪৩০ ।

মন্তব্য : কোনো দশমিক ভগ্নাংশকে ১০, ১০০, ১০০০ ইত্যাদি দিয়ে গুণ করলে গুণকে ১ এর যতগুলো শূন্য থাকে গুণ্যের দশমিক বিন্দু তত অঙ্কের ডানদিকে সরালে গুণফল পাওয়া যাবে। কম অঙ্ক থাকলে গুণফলে প্রয়োজনমতো শূন্য বসাতে হবে। দশমিক বিন্দুর পরে কোনো স্বার্থক অঙ্ক না থাকলে দশমিক বিন্দু বসাতে হয় না।

২.২২। দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ

উদাহরণ ৬ । ৮০৮˙৯ কে ২৫ দিয়ে ভাগ কর।

সমাধান :

```
২৫) ৮০৮˙৯ (৩২˙৩৫৬
    ৭৫
    ——
     ৫৮
     ৫০
     ——
      ৮৯
      ৭৫
      ———
      ১৪০
      ১২৫
      ———
       ১৫০
       ১৫০
       ———
         ০
```

∴ নির্ণেয় ভাগফল = ৩২˙৩৫৬ ।

লক্ষ করি : * পূর্ণ সংখ্যার মতো ভাগ করা হয়েছে।

* পূর্ণ সংখ্যার ভাগ শেষ হলেই ভাগফলে দশমিক বিন্দু বসানো হয়েছে, কারণ তখন দশমাংশকে ভাগ করা হয়েছে।

* প্রত্যেক ভাগশেষের ডানদিকে ০ বসিয়ে ভাগের কাজ করা হয়েছে।

উদাহরণ ৭। ৩·১২৫ কে ২·৫ দিয়ে ভাগ কর।

সমাধান : ৩·১২৫ ÷ ২·৫

$$= \frac{৩·১২৫}{২·৫} = \frac{৩·১২৫ \times ১০}{২·৫ \times ১০}$$ (লব ও হরকে ১০ দিয়ে গুণ করে)

$$= \frac{৩১·২৫}{২৫}$$

২৫) ৩১·২৫ (১·২৫
২৫
৬২
৫০
১২৫
১২৫
০

∴ নির্ণেয় ভাগফল = ১·২৫।

লক্ষ করি : ভাজককে পূর্ণসংখ্যা করে ভাগ করা হয়েছে। ভাজককে পূর্ণসংখ্যা করতে দশমিক বিন্দু ডানদিকে একস্থান সরানো হয়েছে। ফলে ভাজ্যের দশমিক বিন্দু ডানদিকে এক স্থান সরিয়ে ভাগ করা হয়েছে।

মন্তব্য : দশমিকের ভাগের ক্ষেত্রে ভাজককে পূর্ণসংখ্যা করে নিতে হবে।

উদাহরণ ৮। ৯·১৭৭ কে ১·০৭ দিয়ে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত ভাগ কর।

সমাধান : ৯·১৭৭ ÷ ১·০৭ = ৯১৭·৭ ÷ ১০৭ (ভাজককে পূর্ণসংখ্যা করে)

১০৭) ৯১৭·৭ (৮·৫৭৬
৮৫৬
৬১৭
৫৩৫
৮২০
৭৪৯
৭১০
৬৪২
৬৮

∴ নির্ণেয় ভাগফল ৮·৫৭৬।

মন্তব্য : নির্দিষ্ট সংখ্যক দশমিক স্থান পর্যন্ত ভাগ করার জন্য বলা হলে প্রয়োজনীয় অঙ্ক পর্যন্ত ভাগফল পাওয়া গেলে আর ভাগ করার দরকার নেই।

২.২৩। দশমিক ভগ্নাংশের সরলীকরণ

উদাহরণ : ৯। সরল কর : ২ [১৬·০৫−{৮·৩ − (১১·১ - $\overline{\text{৯·৬৫ − ১·৭৫}}$)}]

সমাধান : ২ [১৬·০৫-{৮·৩ − (১১·১ − $\overline{\text{৯·৬৫ − ১·৭৫}}$)}]

= ২ [১৬·০৫−{৮·৩ − (১১·১ − ৭·৯০})]

= ২ [১৬·০৫−{৮·৩ −৩·২০}]

= ২ [১৬·০৫−৫·১০]

= ২ এর ১০·৯৫ = ২১·৯০ =২১·৯

∴ সরলকৃত ফল ২১.৯।

মন্তব্য : দশমিক ভগ্নাংশের সরলীকরণের ক্ষেত্রেও সর্বজনস্বীকৃত **'BODMAS'** পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়েছে।

২. ২৪। দশমিক ভগ্নাংশের গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলো কোনো কোনোটির ডানদিকে প্রয়োজন মতো শূন্য বসিয়ে দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্কসংখ্যা সমান করতে হবে। এরপর এদেরকে পূর্ণসংখ্যা মনে করে গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় করি। পরিবর্তিত দশমিক ভগ্নাংশগুলোর প্রত্যেকটিতে দশমিক বিন্দুর পর যতগুলো অঙ্ক আছে প্রাপ্ত গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. এর ডানদিক থেকে তত অঙ্কের পরে দশমিক বিন্দু বসানো হল। তাহলেই নির্ণেয় গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. পাওয়া যাবে।

উদাহরণ ১০। ৩, ১·২ ও ·০৮ এর গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত সংখ্যাগুলো যথাক্রমে ৩·০০, ১·২০ ও ·০৮ এর সমান।

৩০০, ১২০ ও ৮ এর গ. সা. গু. = ৪ এবং ল. সা. গু. = ৬০০।

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু. = ·০৪ এবং নির্ণেয় ল. সা. গু. = ৬·০০।

উদাহরণ : ১১। ২·৫ ও ·০১২৫ ও ·৭৫ এর গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে লঘিষ্ঠ সামান্য ভগ্নাংশে রূপান্তর করে,

$$\text{২·৫} = \frac{\text{২৫}}{\text{১০}} = \frac{\text{৫}}{\text{২}}$$

$$\text{·০১২৫} = \frac{\text{১২৫}}{\text{১০০০০}} = \frac{\text{১}}{\text{৮০}}$$

$$\text{·৭৫} = \frac{\text{৭৫}}{\text{১০০}} = \frac{\text{৩}}{\text{৪}}$$

এখন রূপান্তরিত সাধারণ ভগ্নাংশের লব ৫, ১, ৩ এর গ. সা. গু. = ১

এদের হর ২, ৮০, ৪ এর ল. সা. গু. = ৮০

∴ নির্ণেয় গ. সা. গু. = $\frac{\text{১}}{\text{৮০}}$ = ·০১২৫

আবার লব ৫, ১, ৩ এর ল. সা. গু. = ১৫ এবং হর ২, ৮০, ৪ এর গ. সা. গু. = ২

∴ নির্ণেয় ল. সা. গু. = $\frac{\text{১৫}}{\text{২}}$ =৭·৫

মন্তব্য : দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করেও গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ ১২। আজিম সাহেব প্রতি কেজি ১৭·৭৫ টাকা দরে ৫০ কুইন্টাল চাল, প্রতি কেজি ১৩·২৫ টাকা দরে ৫ কুইন্টাল পেঁয়াজ ও প্রতি কেজি ১০·৫০ টাকা দরে ১৭ কুইন্টাল গম বিক্রি করলেন। প্রাপ্ত টাকা থেকে ১,১০,০০০·০০ টাকা তিনি ব্যাংকে জমা দিলেন। তাঁর নিকট কত রইল ?

সমাধান : ১ কুইন্টাল = ১০০ কেজি

∴ ৫০ কুইন্টাল চালের দাম = (১৭·৭৫ × ১০০ × ৫০) টাকা = ৮৮,৭৫০·০০ টাকা।

৫ কুইন্টাঁল পেয়াজের দাম = (১৩·২৫ × ১০০ × ৫) টাকা = ৬,৬২৫·০০

১৭ কুইন্টাল গমের দাম = (১০·৫০ × ১০০ × ১৭) টাকা = ১৭,৮৫০·০০ টাকা

∴ আজিম সাহেবের প্রাপ্ত মোট টাকা = (৮৮,৭৫০·০০ + ৬,৬২৫·০০ + ১৭,৮৫০·০০) টাকা

= ১,১৩,২২৫·০০ টাকা

∴ আজিম সাহেবের নিকট রইল (১,১৩,২২৫.০০ − ১,১০,০০০.০০) টাকা

= ৩,২২৫.০০ টাকা

প্রশ্নমালা ২.৬

১। যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) ৮২ + ৩৩·০১ + ৩·৭ + ১৪·৮৫
(খ) ১ + ·০১ + ·০০১ + ·০০০২
(গ) ১৪৫·১ + ৩০৯·২৩ + ২৩২·৮৩২ + ১০১
(ঘ) ০·৩২৫ + ২·৩৬৮ + ১·২ + ০·২৯
(ঙ) ৪·৩৫ + ০·০২১ + ৩২·১৬ + ৩৯·৭৮৫
(চ) ১৩·০০১ + ২৩·০১ + ০·০০৫ + ৮৯·৬।

২। বিয়োগ ফল নির্ণয় কর :

(ক) ৩২·০৮ − ২·৮৯৫
(খ) ৯৫·০১ − ১২·১৮৩৪
(গ) ৩·০১২ − ১·০৮
(ঘ) ০·৯৮৬২ − ০·২৩৫
(ঙ) ৮৯৯ − ৩২·৯৮৭
(চ) ৫২৫·৬৩২ − ৪৯৯।

৩। গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) ·৩১৮ × ২৬
(খ) ২২৩·৪ × ১·২৮৫
(গ) ১০·০৯ × ·০২১
(ঘ) ·৩৩ × ·০২ × ·১৮
(ঙ) ·০৭৫৪ × ১০০০০
(চ) ১৩·০১ × ·১৮ × ১·২৭
(ছ) ৫৬·৭৮৯ × ১০০
(জ) ·০৫ × ·০৭ × ·০০৩
(ঝ) ৬·০৩ × ৫·৯২ × ·৮৮
(ঞ) ৩৭·৭৫০৫ × ·৬৪২১।

৪। ভাগফল নির্ণয় কর :

(ক) ৯·৭৫ ÷ ২৫
(খ) ১৭·৬৮ ÷ ৩·৪
(গ) ১১·৭৬৪ ÷ ৩·৪৬
(ঘ) ১১১ ÷ ·০১৪৮
(ঙ) ৯৭·১৭ ÷ ·০১২৩
(চ) ৯৭·০৬ ÷ ১০০
(ছ) ·১৬৮ ÷ ·০১২৫
(জ) ·০০০৫ ÷ ১০০০০।

৫। তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত ভাগফল নির্ণয় কর :

(ক) ২·৭৬ ÷ ৩·৩৩ (খ) ৭·২৯ ÷ ·০৪৯ (গ) ৫৭·২৫৩ ÷ ·০০২৩
(ঘ) ৮৫·২৩ ÷ ·২০০৫।

৬। সরল কর :

(ক) ১·০০৭ + ৬ − ৫·৯ + ২·৩১
(খ) ১৬·০২ + ১৫·৮৫ − ১৩·২৯১ − ১৫·০৭৫
(গ) ৩·১৫ × ১·০৫ + ·৪৮ ÷ ১৬ + ৩·২ × ৫
(ঘ) ·৮৪ × ·২ ÷ ১০× ·০৮ ÷ ৩·২ + ·৯৯৯৭
(ঙ) [৩·৫{৭·৮ − ২·৩ − (১২·৭৫ - ৯·২৫)}] ÷ ·৫
(চ) ৫·০০৭ + [৮·৭৫ এর ৯ ÷ {৮২·৯৫ − (১৩৪·৬৫ − ১২৮·৪৫)}]।

[তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত]

৭। গ. সা. গু. ও ল. সা. গু. নির্ণয় কর :

(ক) ২·৭, ৩·৬ (খ) ·০৯, ৭·২
(গ) ২·৫, ·০১২৫, ৮·৭৫ (ঘ) ·৪, ·২৫, ৭·৫, ·১২৫
(ঙ) ·৯, ·১২, ৭·২, ·০৩৬, ১·৪৪।

৮। শরীফ সাহেব মাসে যত টাকা আয় করেন তার ·১৫ অংশ আয়কর দেন। বাকি টাকার ·৮ অংশ সংসারের কাজে খরচ করে অবশিষ্ট টাকা সঞ্চয় করেন। যদি তিনি মাসে ৮৫০ টাকা সঞ্চয় করেন, তাহলে তাঁর বার্ষিক আয় কত ?

৯। একটি বাঁশের ০·১৫ অংশ কাদায় ও ০·৬৫ অংশ পানিতে আছে। যদি পানির উপরে বাঁশটির দৈর্ঘ্য ৪ মিটার হয়, তাহলে সম্পূর্ণ বাঁশটির দৈর্ঘ্য কত ?

১০। একটি বিদ্যালয়ে ৭০০ জন ছাত্র ও ৩০০ জন ছাত্রী পড়ে। বছরের শেষে ছাত্রসংখ্যার ·০৫ অংশ বেড়ে ও ছাত্রী সংখ্যা ·০৩ অংশ কমে গেল। মোট ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যার কত অংশ বছরের শেষে বেড়ে বা কমে গেল ?

১১। একটি বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে ৯০·৭৫ মিটার ও ৪৫·৫০ মিটার। বাগানটিতে গাছের চারা লাগাতে প্রতি ৪·১২৫ বর্গমিটার ৭·৫৫ টাকা খরচ হল। বাগানটিতে চারা লাগাতে কত টাকা খরচ পড়েছে ?

১২। আব্দুর রহমান তাঁর সম্পত্তির ·১২৫ অংশ স্ত্রীকে দান করলেন। বাকি সম্পত্তির ·৪৫ অংশ পুত্রকে ও ·২৫ অংশ কন্যাকে দেওয়ার পরও তিনি দেখলেন যে তাঁর অবশিষ্ট সম্পত্তির মূল্য ৩,১৫০·০০ টাকা। আব্দুর রহমানের সম্পত্তির মোট মূল্য কত ?

১৩। একটি ড্রামে ৫·৪৩২ কিলোলিটার সরিষার তেল ও অন্য একটি ড্রামে ৫·৯১৭ কিলোলিটার নারিকেল তেল আছে। দুই রকমের তেল আলাদাভাবে একই মাপের কয়েকটি টিনে পূর্ণ করে রাখা হল। প্রত্যেক টিনে সবচেয়ে বেশি কত কিলোলিটার তেল ধরে ?

১৪। ক, খ ও গ এর নিকট একত্রে ৫০৪·৭৫ টাকা আছে। ক এর খ অপেক্ষা ৪০·৫৫ টাকা বেশি এবং গ অপেক্ষা ২৩·৩০ টাকা কম আছে। প্রত্যেকের কত টাকা আছে ?

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। $\frac{৯}{১০} = \frac{২৭}{\square}$ হলে, $\square$ চিহ্নিত স্থানের সংখ্যাটি কত ?

ক. ১০ খ. ৩০
গ. ৬০ ঘ. ৯০

২। নিচের কোনটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ?

ক. $\frac{১৯}{৩১}$ খ. $\frac{১৮}{২৫}$
গ. $\frac{৩১}{২৮}$ ঘ. $\frac{২০}{৩০}$

৩। $\frac{১৫}{২} \div \frac{১}{২}$ = কত ?

ক. ১৫ খ. ২
গ. $\frac{১৫}{২}$ ঘ. $\frac{১৫}{৪}$

নিচের ভগ্নাংশগুলো লক্ষ কর এবং ৪ ও ৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{৭}{১০}, \frac{৩}{১০}, \frac{১৪}{২০}, \frac{৯}{২০}$

৪। ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোন ভগ্নাংশ যুগল সমতুল ?

ক. $\frac{৭}{১০}, \frac{৩}{১০}$ খ. $\frac{৩}{১০}, \frac{১৪}{২০}$
গ. $\frac{৭}{১০}, \frac{১৪}{২০}$ ঘ. $\frac{৩}{১০}, \frac{৯}{২০}$

৫। ভগ্নাংশগুলোর যোগফল নিচের কোনটি ?

ক. $২\frac{৩}{২০}$ খ. $৩\frac{৭}{২০}$
গ. $১\frac{৩}{২০}$ ঘ. $৩\frac{৩}{১০}$

৬। $\frac{৩}{৪}$ এর সাথে এর বিপরীত ভগ্নাংশের গুণফল কত হবে ?

ক. $\frac{৩}{৪}$ খ. ১
গ. ৩ ঘ. $\frac{১৬}{৯}$

৭। i. যে ভগ্নাংশের হর লবের চেয়ে বড় তা প্রকৃত ভগ্নাংশ

ii. দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল $= \dfrac{\text{লব দুইটির গুণফল}}{\text{হর দুইটির গুণফল}}$

iii. ভগ্নাংশের ল. সা. গু. $= \dfrac{\text{লবগুলোর গ. সা. গু.}}{\text{হরগুলোর ল. সা. গু.}}$

ওপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। ২৫ মিটার লম্বা ফিতার $৮\frac{৩}{৪}$ মিটার সাদা রং, $৮\frac{১}{৩}$ মিটার লাল রং এবং বাকি অংশ হলুদ রং করা।

ক. ফিতাটির সাদা অংশের পরিমাণকে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।
খ. ফিতাটির হলুদ রং করা অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর।
গ. সবচেয়ে বড় কী পরিমাণের ফিতা তিনটি অংশ থেকে কাটা যাবে, যাতে প্রতিটি অংশ থেকেই পূর্ণ সংখ্যক ফিতা পাওয়া যায়?

২। রোকসানা বেগম বাজার করার জন্য তাঁর ছেলে রাইয়ানকে কিছু টাকা দিলেন। রাইয়ান মোট টাকার $\frac{৩}{৮}$ অংশ দিয়ে চাল, $\frac{১}{১২}$ অংশ দিয়ে তরকারি, $\frac{৭}{২৪}$ অংশ দিয়ে মাছ কিনল এবং অবশিষ্ট ২১০ টাকা মাকে ফেরত দিল।

ক. চাল কেনার পর মোট টাকার কত অংশ থাকবে ?
খ. সে মোট টাকার কত অংশ বাজার করতে খরচ করল ?
গ. তার মা তাকে বাজার করতে কত টাকা দিয়েছিলেন ?

৩। জোয়াদুল সাহেব যত টাকা আয় করেন তার ০·১৫ অংশ আয়কর প্রদান করেন। ০·৮ অংশ সংসারের কাজে ব্যয় করেন এবং অবশিষ্ট অংশ সঞ্চয় করেন।

ক. ০·১৫ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।
খ. তিনি আয়ের কত অংশ সঞ্চয় করেন?
গ. যদি তিনি মাসে ৫৫০ টাকা সঞ্চয় করে থাকেন, তবে তাঁর তিন বৎসরের আয় নির্ণয় কর।

তৃতীয় অধ্যায়

গড়

৩.১। গড়ের ধারণা

কোনো বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীর ছাত্র মনোয়ার, আসিফ ও তামিমের বয়স যথাক্রমে ১১ বছর, ১২ বছর ও ১৩ বছর। এদের বয়সের সমষ্টি (১১+১২ + ১৩) বছর বা ৩৬ বছর।

তিনজনের একত্রিত বয়সকে ৩ দ্বারা ভাগ করলে (৩৬ $\div$ ৩) বছর বা ১২ বছর হয়।

তখন আমরা বলি, প্রত্যেকের গড় বয়স ১২ বছর।

সুতরাং, ১২ বছর $= \dfrac{(১১+১২+১৩) \text{ বছর}}{৩}$

অর্থাৎ, গড় বয়স $= \dfrac{\text{ছাত্রদের বয়সের সমষ্টি}}{\text{ছাত্র সংখ্যা}}$

সাধারণভাবে,

$$\boxed{\text{গড়} = \dfrac{\text{একজাতীয় কতিপয় রাশির সমষ্টি}}{\text{রাশির সংখ্যা}}}$$

আবার, ১২ বছর $\times$ ৩ = (১১ + ১২ + ১৩) বছর
অর্থাৎ, গড় বয়স $\times$ ৩ = ছাত্রদের বয়সের সমষ্টি

সাধারণভাবে,

$$\boxed{\text{গড়} \times \text{রাশির সংখ্যা} = \text{এক জাতীয় কতিপয় রাশির যোগফল}}$$

তদ্রুপ, কোনো দেশের মানুষের গড় আয়ু, কয়েকজন ব্যবসায়ীর গড় লাভ, ক্রিকেট খেলায় খেলোয়াড়দের গড় রান-সংখ্যা ইত্যাদি বের করা যায়।

৩.২। গড় নির্ণয়

উদাহরণ ১। কোনো বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীর ৩ জন ছাত্রের উচ্চতা যথাক্রমে ১৫৫ সে. মি. , ১৫০ সে. মি., ১৪২ সে. মি. , ঐ ৩ জন ছাত্রের গড় উচ্চতা কত ?

সমাধান : ৩ জন ছাত্রের উচ্চতার যোগফল = (১৫৫ + ১৫০ + ১৪২) সে. মি. = ৪৪৭ সে. মি.
ছাত্র সংখ্যা = ৩

$\therefore$ গড় উচ্চতা $= \dfrac{৪৪৭ \text{ সে. মি.}}{৩}$ = ১৪৯ সে. মি.।

অতএব, ছাত্রদের গড় উচ্চতা = ১৪৯ সে. মি.।

উদাহরণ ২। ফয়সাল, জামাল, মনোয়ারা, ইসরাত ও কমল একটি ক্লাবে যথাক্রমে ৪·২৫ টাকা, ৫ টাকা, ৫·২৫ টাকা, ৪·৭৫ টাকা ও ৪·৫০ টাকা চাঁদা দিল। এরা গড়ে কত টাকা করে চাঁদা দিয়েছে?

সমাধান : ফয়সাল, জামাল, মনোয়ারা, ইসরাত ও কমলের মোট চাঁদার পরিমাণ

= (৪·২৫+৫·০০+৫·২৫+৪·৭৫+৪·৫০) টাকা = ২৩·৭৫ টাকা

এখানে ব্যক্তির সংখ্যা = ৫

$\therefore$ গড় $= \frac{\text{২৩·৭৫ টাকা}}{\text{৫}} =$ ৪·৭৫ টাকা

অতএব, এদের প্রত্যেকে গড়ে ৪·৭৫ টাকা চাঁদা দিয়েছে।

উত্তর : ৪·৭৫ টাকা।

উদাহরণ ৩। $৩\frac{১}{২}$, $৭\frac{৩}{৪}$, $৮\frac{১}{৪}$, $৯\frac{১}{২}$, ১০ সংখ্যাগুলোর গড় নির্ণয় কর।

সমাধান : ৫টি সংখ্যার যোগফল $= ৩\frac{১}{২} + ৭\frac{৩}{৪} + ৮\frac{১}{৪} + ৯\frac{১}{২} + ১০$

$= (৩+৭+৮+৯+১০) + \left(\frac{১}{২} + \frac{৩}{৪} + \frac{১}{৪} + \frac{১}{২}\right)$

$= ৩৭ + \frac{২ + ৩ + ১ + ২}{৪} = ৩৭ + \frac{৮}{৪} = ৩৭ + ২ = ৩৯$

$\therefore$ সংখ্যাগুলোর নির্ণেয় গড় $= \frac{৩৯}{৫} = ৭\frac{৪}{৫}$। **উত্তর :** $৭\frac{৪}{৫}$ ।

উদাহরণ ৪। কোনো স্থানে এক সপ্তাহের বৃষ্টিপাতের পরিমাপ যথাক্রমে ·২৩ সে. মি., ·২৭ সে. মি., ·০৯ সে. মি., ·৩৫ সে. মি., ·২৫ সে. মি., ·৩৪ সে. মি. ও ·২৯ সে. মি.। ঐ সপ্তাহের দৈনিক গড় বৃষ্টিপাতের পরিমাণ কত ?

সমাধান : এক সপ্তাহের অর্থাৎ ৭ দিনের বৃষ্টিপাতের পরিমাপের যোগফল

= (·২৩ + ·২৭ + ·০৯ + ·৩৫ + ·২৫ + ·৩৪+ ·২৯) সে. মি.

= ১·৮২ সে. মি.

$\therefore$ দৈনিক গড় বৃষ্টিপাতের পরিমাপ $= \frac{\text{১·৮২ সে. মি.}}{\text{৭}} =$ ·২৬ সে. মি.

উত্তর : ·২৬ সে. মি.।

উদাহরণ ৫। ১২ জন দোকানদার ৭ জন ও ৫ জনের দুইটি দলে ভাগ হয়ে মালামাল বিক্রি করলেন। এতে ৭ জনের দলের গড়ে $৫০\frac{১}{৫}$ টাকা ও ৫ জনের দলের গড়ে $৮০\frac{১}{১০}$ টাকা লাভ হল। কোন দলের লাভ বেশি হয়েছে ?

সমাধান : ৭ জনের দলের মোট লাভ $= (৫০\frac{১}{৫} \times ৭)$ টাকা $= (\frac{২৫১}{৫} \times ৭)$ টাকা

$= \frac{২৫১ \times ৭}{৫}$ টাকা $= \frac{১৭৫৭}{৫}$ টাকা $= ৩৫১\frac{২}{৫}$ টাকা

আবার, ৫ জনের দলের মোট লাভ $= (৮০\frac{১}{১০} \times ৫)$ টাকা $= (\frac{৮০১}{১০} \times ৫)$ টাকা

$= \frac{৮০১}{২}$ টাকা $= ৪০০\frac{১}{২}$ টাকা

এখানে $৪০০\frac{১}{২}$ টাকা $> ৩৫১\frac{২}{৫}$

∴ ৫ জনের দলের বেশি লাভ হয়েছে।

উদাহরণ ৬। পিতা ও তাঁদের চার সন্তানের বয়সের গড় ২২ বছর ৫ মাস। মাতা ও তাঁদের ঐ চার সন্তানের বয়সের গড় ২১ বছর ২ মাস। পিতার বয়স ৪৫ বছর হলে, মাতার বয়স কত ?

সমাধান : পিতা ও চার সন্তানের অর্থাৎ ৫ জনের বয়সের সমষ্টি

= ২২ বছর ৫ মাস × ৫ = ১১২ বছর ১ মাস

∴ চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি = ১১২ বছর ১ মাস – ৪৫ বছর = ৬৭ বছর ১ মাস

আবার, মাতা ও চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি ২১ বছর ২ মাস × ৫=১০৫ বছর ১০ মাস

∴ মাতার বয়স = মাতা ও চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি – চার সন্তানের বয়সের সমষ্টি

= ১০৫ বছর ১০ মাস – ৬৭ বছর ১ মাস

= ৩৮ বছর ৯ মাস।

উদাহরণ ৭। ১১টি সংখ্যার যোগফল ৮০৭·৭৩। এদের প্রথম ৫টি সংখ্যার গড় ৭০·৯২৫ এবং শেষের ৫টি সংখ্যার গড় ৬৫·৪৫। ষষ্ঠ সংখ্যাটি কত ?

সমাধান : প্রথম ৫টি সংখ্যার যোগফল = ৭০·৯২৫ × ৫ = ৩৫৪·৬২৫

শেষের ৫টি সংখ্যার যোগফল = ৬৫·৪৫ × ৫ = ৩২৭·২৫

∴ প্রথম ৫টি ও শেষের ৫টি অর্থাৎ ১০টি সংখ্যার যোগফল = ৩৫৪·৬২৫ + ৩২৭·২৫০ = ৬৮১·৮৭৫

১১টি সংখ্যার যোগফল থেকে ১০টি সংখ্যার যোগফল বাদ দিলে ষষ্ঠ সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

∴ ষষ্ঠ সংখ্যাটি = ৮০৭·৭৩০ - ৬৮১·৮৭৫ = ১২৫·৮৫৫।

প্রশ্নমালা ৩

১। কোনো বিদ্যালয়ের পঞ্চম্ ষষ্ঠ সপ্তম ও অষ্টম শ্রেণীর ছাত্রসংখ্যা যথাক্রমে ৭২, ৬৪, ৫৩ ও ৪৩ জন। ঐ চার শ্রেণীর ছাত্রসংখ্যার গড় কত ?

২। ৮·৭৫, ৩৭·৯, ৫৮·০৫, ৩১·৭২ ও ৭০·৩৩ সংখ্যাগুলোর গড় নির্ণয় কর।

৩। ষষ্ঠ শ্রেণীর ৭ জন ছাত্র-ছাত্রীর উচ্চতা যথাক্রমে ১ মি. ২০ সে. মি., ১ মি. ২২ সে. মি., ১ মি. ৩৫ সে.মি., ১ মি. ৫৫ সে. মি., ১ মি. ৪৫ সে. মি., ১ মি. ২৮ সে. মি., ১ মি. ৫৪ সে. মি.। তাদের গড় উচ্চতা কত ?

৪। ১০টি রাস্তার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫২·৭৫ মিটার, ৭২·৯৫ মিটার, ৭৭·১০ মিটার, ৬৫·৭৫ মিটার, ১০৯·৫৫ মিটার, ২৭৩·০৫ মিটার, ৩০৪·৪৫ মিটার, ২০৫ মিটার, ১৫৫·৮৫ মিটার ও ৪০৯·৩৫ মিটার। রাস্তাগুলোর দৈর্ঘ্যের গড় কত ?

৫। জুলাই মাসের দৈনিক বৃষ্টিপাতের গড় ·৬৫ সে. মি. ছিল। ঐ মাসের বৃষ্টিপাতের পরিমাপ কত?

৬। একটি পাঠাগারের ৭টি আলমারির ৬টিতে যথাক্রমে ১৩৫টি, ১৮০টি, ১২২টি, ১৬৭টি, ১৫৫টি ও ১৩২টি বই আছে। ৭টি আলমারিতে গড়ে ১৪৮টি বই আছে। সপ্তম আলমারিতে কয়টি বই আছে ?

৭। কোনো পরিবারে পিতা ও মাতার বয়সের গড়ে ৪৫ বছর। আবার পিতা, মাতা ও তাঁদের এক পুত্রের বয়সের গড় ৩৬ বছর। পুত্রের বয়স কত ?

৮। ১৯৮৪ সালে কোনো একটি গ্রামের ১২,৬০০ জন লোকসংখ্যা ছিল। লোকসংখ্যা বৃদ্ধি পেয়ে ১৯৯৪ সালে ঐ গ্রামের লোকসংখ্যা হল ১৩,৫৬০। বছরে লোকসংখ্যা বৃদ্ধির গড় কত ?

৯। একজন কৃষক তাঁর ১০ হেক্টর জমি থেকে গত বছর প্রতি হেক্টরে গড়ে ৩৮·৭৫ কুইন্টাল ধান পেয়েছিলেন। এ বছর ৬ হেক্টর জমি থেকে প্রতি হেক্টরে গড়ে ৪৫·৫০ কুইন্টাল ও বাকি জমি থেকে মোট ১২০·৫০ কুইন্টাল ধান পেয়েছে। গত বছরের তুলনায় তাঁর গড় ফলন বেশি না কম হয়েছে?

১০। একটি বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীর ৩০ জন ছাত্রের গড় উচ্চতা ১৪৭ সে. মি.। কম উচ্চতার ১৪ জনের গড় উচ্চতা ১৪৫ সে. মি. ও বেশি উচ্চতার ৬ জনের গড় উচ্চতা ১৫২ সে. মি.। মাঝারি উচ্চতার ১০ জনের গড় উচ্চতা কত ?

১১। শনিবার থেকে শুরু করে কোনো এক সপ্তাহের তাপমাত্রার গড় ছিল ৩৫·৯ ডিগ্রি। প্রথম ৩ দিনের তাপমাত্রার গড় ছিল ৩৮·৬ ডিগ্রি এবং শেষ ৩ দিনের তাপমাত্রার গড় ছিল ৩৭·৫ ডিগ্রি। মঙ্গলবার তাপমাত্রা কত ছিল?

১২। কোনো বিদ্যালয়ের একটি শ্রেণীর ২৫ জন ছাত্রের বয়সের গড় ১২ বছর। ঐ শ্রেণীতে ১৪, ১৫ ও ২১ বছর বয়সের ৩ জন নতুন ছাত্র ভর্তি হল। ঐ শ্রেণীতে বর্তমানে ছাত্রদের বয়সের গড় কত ?

১৩। একটি যন্ত্রাংশ তৈরির কারখানায় প্রথম ৫ মাস যথাক্রমে ১৩০টি, ১৫০টি, ১৭০টি, ১২৫টি ও ১১০টি যন্ত্রাংশ তৈরি হয়েছে। প্রথম ৫ মাসে উৎপাদনের গড় কত ? ঐ হারে কারখানার বার্ষিক উৎপাদনের পরিমাণ কত হবে ?

১৪। ক ও খ এর গড় আয় ৫০৫ টাকা, খ ও গ এর গড় আয় ৫৩৫ টাকা এবং ক ও গ এর গড় আয় ৫২০ টাকা। ক, খ ও গ এর প্রত্যেকের আয় কত ?

১৫। একজন ব্যাটসম্যান একাদশতম ইনিংসে ১০০ রান করায় তাঁর ইনিংসের রান সংখ্যার গড় আগের চেয়ে ৫ রান বেড়েছে। একাদশতম ইনিংসের পর তাঁর রান-সংখ্যার গড় কত হয়েছে ?

১৬। একটি ট্রেন গড়ে ঘণ্টায় ৪৫ কিলোমিটার বেগে ঢাকা থেকে চট্টগ্রাম যায়। পরে গড়ে ঘণ্টায় ৩৬ কিলোমিটার বেগে চট্টগ্রাম থেকে ঢাকা ফিরে আসে। যাওয়া ও আসায় ট্রেনটির গড় বেগ কত ছিল?

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। নিচের কোনটি রাশির গড় নির্দেশ করে ?

ক. রাশির সমষ্টি × রাশির সংখ্যা খ. রাশির সংখ্যা + রাশির সমষ্টি

গ. $\frac{\text{রাশির সমষ্টি}}{\text{রাশির সংখ্যা}}$ ঘ. $\frac{\text{রাশির সংখ্যা}}{\text{রাশির সমষ্টি}}$

২। তিনটি খুঁটির উচ্চতা যথাক্রমে ২$\frac{১}{৩}$, ৪$\frac{২}{৩}$ ও ৫ মিটার। এদের গড় উচ্চতা কত মিটার ?

ক. ৩$\frac{২}{৩}$ খ. ৪

গ. ১২ ঘ. ৪$\frac{১}{৩}$

৩। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. চারজনের গড় বয়স ১৬ বছর ৩ মাস হলে, এদের মোট বয়স ৬৪ বছর

ii. আয়েশা ও ফাতেমার গণিতে প্রাপ্ত নম্বর যথাক্রমে ৬০ ও ৮০ হলে, এদের প্রাপ্ত গড় নম্বর ৭০

iii. তিনটি কলমের মূল্য ৩৯ টাকা হলে, একটি কলমের মূল্য ১৩ টাকা

ওপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. i ও iii

গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

পিতা ও দুই সন্তানের বয়সের গড় ১৬ বছর ৪ মাস এবং মাতা ও ঐ দুই সন্তানের বয়সের গড় ১২ বছর ৭ মাস। মাতার বয়স ২৪ বছর ৪ মাস।

ওপরের তথ্যের আলোকে ৪, ৫ ও ৬ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪। দুই সন্তানের বয়সের সমষ্টি কত ?

ক. ১২ বছর ৭ মাস খ. ১৩ বছর ৫ মাস

গ. ১৬ বছর ৪ মাস ঘ. ২৪ বছর ৬ মাস

৫। পিতা ও মাতার বয়সের পার্থক্য কত ?

ক. ১১ বছর ৩ মাস খ. ১৩ বছর ৫ মাস

গ. ২৪ বছর ৪ মাস ঘ. ৩৫ বছর ৭ মাস

৬। পিতা, মাতা ও দুই সন্তানের বয়সের গড় কত ?

ক. ১৭ বছর ৯ মাস খ. ১৮ বছর ৪ মাস

গ. ২৪ বছর ৫ মাস ঘ. ৩৭ বছর ৪ মাস

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। শাহজাহান সাহেব ও তাঁর দুই সন্তানের বয়সের গড় ২৫ বছর ৬ মাস। শাহজাহান সাহেব ও তাঁর স্ত্রীর বয়সের গড় ৫৩ বছর ৩ মাস। তাঁর স্ত্রীর বয়স ৪৫ বছর ৬ মাস। দুই সন্তানের মধ্যে বয়সের পার্থক্য ৩ বছর।

ক. শাহজাহান সাহেব ও তাঁর দুই সন্তানের বয়সের সমষ্টি বের কর।

খ. শাহজাহান সাহেবের বয়স নির্ণয় কর।

গ. উভয় সন্তানের বয়স বের কর।

২। ২০ জন ব্যবসায়ী ৩,৫০,০০০ টাকা নিয়ে ব্যবসা শুরু করলেন। তাদের মধ্যে প্রথম ১২ জন ব্যবসায়ীর গড় বিনিয়োগ ২০,০০০ টাকা। প্রথম ১২ জনের বছরে গড় লাভ ২৫০·৫০ টাকা এবং অপর ৮ জনের গড় লাভ ৩৭৫·২৫ টাকা।

ক. ২০ জন ব্যবসায়ীর গড় বিনিয়োগ বের কর।

খ. অপর ৮ জন ব্যবসায়ীর গড় বিনিয়োগ নির্ণয় কর।

গ. বছরে ২০ জনের গড় লাভ নির্ণয় কর।

৩। একটি বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীর ৮ জন শিক্ষার্থী কোনো পরীক্ষায় গণিতে গড়ে ৮১ নম্বর পেয়েছে। ছাত্র ও ছাত্রীর সংখ্যা সমান। ৪ জন ছাত্রের মোট নম্বর ৩২৮ এবং ৩ জন ছাত্রীর গড় নম্বর ৮০।

ক. ৮ জন শিক্ষার্থীর মোট নম্বর বের কর।

খ. শিক্ষার্থীদের গড় নম্বর অপেক্ষা ছাত্রদের গড় নম্বর কত বেশি তা নির্ণয় কর।

গ. অবশিষ্ট ছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বর বের কর।

চতুর্থ অধ্যায়

ঐকিক নিয়ম, শতকরা হিসাব

৪.১। ঐকিক নিয়মের ধারণা

শফিক বাজার থেকে ৫টি পেন্সিল ২০ টাকা দিয়ে কিনেছে। তার বন্ধু রহমান ঐ পেন্সিল থেকে ২টি পেন্সিল চায়। রহমানকে কত টাকা দিতে হবে ?

৫ টি পেন্সিলের দাম   ২০ টাকা

∴ ১ টি " " (২০ ÷ ৫) টাকা = ৪ টাকা

∴ ২ টি " " ২ × ৪ টাকা = ৮ টাকা।

সুতরাং রহমানকে ৮ টাকা দিতে হবে।

লক্ষ করি : * ৫টি পেন্সিলের মোট দাম ২০ টাকাকে পেন্সিলের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করায় ১টি পেন্সিলের দাম পাওয়া গেছে।

* ১টি পেন্সিলের দামের সাথে পেন্সিলের সংখ্যা ২ দিয়ে গুণ করে নির্ণেয় দাম ৮ টাকা পাওয়া গেছে।

> একটি জিনিসের দাম, ওজন, পরিমাণ ইত্যাদি বের করে নির্দিষ্ট সংখ্যক এই জাতীয় জিনিসের দাম, ওজন, পরিমাণ ইত্যাদি নির্ণয় করার নিয়মকে ঐকিক নিয়ম বলে।

উদাহরণ ১। ১৫টি কমলালেবুর দাম ৬০ টাকা হলে, ২১টি কমলালেবুর দাম কত ?

সমাধান : ১৫টি কমলালেবুর দাম = ৬০ টাকা

∴ ১টি " " $= \frac{৬০}{১৫}$ টাকা = ৪ টাকা

∴ ২১টি " " = (৪ × ২১) টাকা

= ৮৪ টাকা।

∴ নির্ণেয় দাম ৮৪·০০ টাকা।

উদাহরণ ২। ১৫ কেজি চাল ২৫৫ টাকায় পাওয়া যায়। ৩৪০ টাকায় কত কেজি চাল পাওয়া যাবে ?

সমাধান : ২৫৫ টাকায় পাওয়া যায় ১৫ কেজি চাল

∴ ১ " " " $= \frac{১৫}{২৫৫}$ " "

∴ ৩৪০ " " " $= \frac{\overset{১}{\cancel{১৫}} \times \overset{২০}{\cancel{৩৪০}}}{\underset{\cancel{১৭}}{\cancel{২৫৫}}}$ " " = ২০ কেজি চাল।

∴ নির্ণেয় চালের পরিমাণ ২০ কেজি।

মন্তব্য : সমাধানের জন্য বাক্যটিকে এমনভাবে সাজাতে হবে যেন তাদের মধ্যে যে জিনিসটি দেওয়া আছে তা বামদিকে ও যা চাওয়া হচ্ছে সেটি ডানদিকে লেখা হয়। গুণ ও ভাগের কাজ সবশেষে করা সুবিধাজনক।

উদাহরণ ৩ । আজমল সাহেব ১০০ টাকায় ২০ টাকা আয়কর দেন। তাঁকে ৫৫৫০ টাকায় কত আয়কর দিতে হবে ?

সমাধান : আজমল সাহেবকে ১০০ টাকায় আয়কর দিতে হবে ২০ টাকা

∴ " " ১ " " " " $\frac{২০}{১০০}$ টাকা

∴ " " ৫৫৫০ " " " " $= \frac{\overset{১}{\cancel{২০}} \times \overset{১১১০}{\cancel{৫৫৫০}}}{\underset{\underset{১}{\cancel{৫}}}{\cancel{১০০}}}$ টাকা

$=$ ১১১০ টাকা।

∴ নির্ণেয় আয়কর ১,১১০ টাকা।

উদাহরণ ৪ । একজন কৃষক তাঁর ৭০ একর জমি থেকে ৩১ কুইন্টাল ধান পেয়ে থাকেন। ঐরূপ ১১২ একর জমি থেকে তিনি কত কুইন্টাল ধান পাবেন ?

সমাধান : ৭০ একর জমি থেকে ধান পাবেন ৩১ কুইন্টাল

∴ ১ " " " " " $\frac{৩১}{৭০}$ "

∴ ১১২ " " " " " $\frac{৩১ \times \overset{৮}{\cancel{১১২}}}{\underset{৫}{\cancel{৭০}}}$ " $= \frac{২৪৮}{৫}$ কুইন্টাল $= ৪৯\frac{৩}{৫}$ কুইন্টাল

∴ নির্ণেয় ধানের পরিমাণ $৪৯\frac{৩}{৫}$ কুইন্টাল।

৪.২ । ঐকিক নিয়মে কাজ, সময় ইত্যাদি সংক্রান্ত সমস্যার সমাধান

৫ জন শ্রমিক একটি জমির ফসল ২ দিনে কাটে। এখন যদি ৫ জনের পরিবর্তে ১ জন শ্রমিক কাজ করে, তবে ঐ জমির ফসল কাটতে ১ জন শ্রমিকের সময় বেশি লাগবে। অর্থাৎ আগের সময়ের চেয়ে ৫ গুণ সময় বা (২ × ৫) দিন বা ১০ দিন লাগবে।

আবার যদি ১ জন শ্রমিকের পরিবর্তে ১০ জন শ্রমিক কাজ করে, তবে ঐ জমির ফসল কাটতে সময় কম লাগবে অর্থাৎ $\frac{১০}{১০}$ বা ১ দিন লাগবে।

৫ জন শ্রমিকের ফসল কাটতে লাগে ২ দিন

∴ ১ " " " " " (২ × ৫) দিন = ১০ দিন

∴ ১০ " " " " " (১০ ÷ ১০) দিন = ১ দিন

লক্ষ করি : * দ্বিতীয় ধাপে গুণ করা হয়েছে, কারণ লোকের সংখ্যা কমলে কাজ সমাপ্ত করতে সময় বেশি লাগে।
* তৃতীয় ধাপে ভাগ করা হয়েছে, কারণ লোকের সংখ্যা বাড়লে কাজ সমাপ্ত করতে সময় কম লাগে।

কাজের পরিমাণ একই থাকলে এবং কাজটি সম্পন্ন করার লোকের সংখ্যা কমে গেলে কাজটি শেষ করার সময় বেড়ে যাবে। এক্ষেত্রে গুণ করতে হয়। আবার লোকের সংখ্যা বাড়িয়ে দিলে কাজটি শেষ করার সময় কম লাগে। এক্ষেত্রে ভাগ করতে হয়।

মন্তব্য : ধরে নেওয়া যায়, যারা কাজ করে তাদের প্রত্যেকের কাজ করার ক্ষমতা সমান।

উদাহরণ ৫। একটি পুকুর খনন করতে ২২৪ জন লোকের ২৭ দিন লাগে। পুকুরটি খনন করতে ৪৮০ জন লোকের কত দিন লাগবে ?

সমাধান : একটি পুকুর খনন করতে ২২৪ জন লোকের লাগে ২৭ দিন

ঐ " " " ১ " " " ২৭ × ২২৪ দিন

ঐ " " " ৪৮০ " " " $\frac{\cancel{২৭}^{৯} \times \cancel{২২৪}^{৭}}{\cancel{৪৮০}\ \cancel{১৬০}_{৫}}$ দিন

$= \frac{৬৩}{৫}$ দিন $= ১২\frac{৩}{৫}$ দিন

∴ নির্ণেয় সময় $১২\frac{৩}{৫}$ দিন।

উদাহরণ ৬। একজন কৃষক তাঁর জমির ফসল ১৫ দিনে কাটার জন্য ৩৬ জন শ্রমিক নিয়োগ করলেন। কিন্তু ১০ দিন পর দেখলেন যে তাঁর জমির ফসল অর্ধেক কাটা হয়েছে। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে সব ফসল কাটতে হলে অতিরিক্ত কয়জন শ্রমিকের প্রয়োজন ?

সমাধান : ফসলের অর্ধেক বাকি রইল। এ ফসল (১৫−১০) দিনে বা ৫ দিনে কাটতে হবে।

অর্ধেক ফসল কাটতে ১০ দিন লাগে ৩৬ জন শ্রমিকের

∴ " " " ১ " " (৩৬ × ১০) জন শ্রমিকের

∴ বাকি অর্ধেক " " ৫ " " $\frac{৩৬ \times \cancel{১০}^{২}}{\cancel{৫}}$ জন শ্রমিকের

= ৭২ জন শ্রমিকের

∴ অতিরিক্ত শ্রমিকের সংখ্যা (৭২−৩৬) জন = ৩৬ জন।

মন্তব্য : দিনের সংখ্যা কমলে শ্রমিকের সংখ্যা বাড়ে। আবার দিনের সংখ্যা বাড়লে শ্রমিকের সংখ্যা কমে। এক্ষেত্রেও দ্বিতীয় ধাপে গুণ ও তৃতীয় ধাপে ভাগ করা হয়েছে।

উদাহরণ ৭। ঢাকা থেকে আজমলের বাড়ির দূরত্ব ৩৩০ কিলোমিটার। সে বাসে ঢাকা থেকে বাড়ি রওনা হল। কিন্তু ২৭৫ কিলোমিটার পথ যাবার পর বাসটি আর চলতে পারল না। বাকি পথ সে সাইকেলে চড়ে গেল। বাসটি ঘণ্টায় ২২ কিলোমিটার পথ চলে। যদি সাইকেলে চড়ে ঘণ্টায় $৫\frac{১}{২}$ কিলোমিটার যেতে পারে, তবে বাড়ি পৌঁছতে তার মোট সময় কত লাগবে ?

সমাধান : আজমল বাসে যায় ২৭৫ কিলোমিটার এবং সাইকেলে চড়ে যায় (৩৩০−২৭৫) কিলোমিটার বা ৫৫ কিলোমিটার।

আজমল বাসে ২২ কিলোমিটার যায় ১ ঘণ্টায়

∴ " " ১ " " $\frac{১}{২২}$ ঘণ্টায়

" " ২৭৫ " " $\frac{\cancel{২৭৫}^{২৫}}{\cancel{২২}_{২}}$ ঘণ্টায়

$= \frac{২৫}{২}$ ঘণ্টায় $= ১২\frac{১}{২}$ ঘণ্টায়

আজমল সাইকেলে চড়ে ৫ $\frac{১}{২}$ বা $\frac{১১}{২}$ কিলোমিটার যায় ১ ঘণ্টায়

∴ " " " ১ " " $\frac{১}{\frac{১১}{২}}$ "

∴ " " " ৫৫ " " $\frac{৫৫ \times ২}{১১}$ "

= ১০ ঘণ্টায়

∴ মোট সময় $\left(১২\frac{১}{২} + ১০\right)$ ঘণ্টা = ২২ $\frac{১}{২}$ ঘণ্টা।

উত্তর : ২২ $\frac{১}{২}$ ঘণ্টা।

উদাহরণ ৮। একটি সেনাবাহিনীর গুদামে ১২০০ জন সৈনিকের ৩০ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ১০ দিন পরে ঐ সেনাবাহিনীতে আরও ৩০০ জন সৈনিক আসল। বাকি খাদ্যে তাঁদের আর কত দিন চলবে ?

সমাধান : ১০ দিন পরে গুদামে এখন (৩০ – ১০) দিন বা ২০ দিনের খাদ্য মজুদ রইল।
নতুন সৈনিকসহ এখন সৈনিকের সংখ্যা (১২০০ + ৩০০) জন = ১৫০০ জন

বাকি খাদ্য ১২০০ জন সৈনিকের চলে ২০ দিন।

" " ১ " " " (২০ × ১২০০) দিন

" " ১৫০০ " " " $\left(\frac{২০ \times ১২০০}{১৫০০}\right)$ দিন = ১৬ দিন।

∴ নির্ণেয় সময় ১৬ দিন।

প্রশ্নমালা ৪.১

১। ১২ কেজি গমের দাম ১৩২ টাকা হলে, ১৭০ কেজি গমের দাম কত ?

২। ৩৭টি বাক্সের ওজন ২ কুইন্টাল ৫৯ কিলোগ্রাম হলে, ঐরূপ ১৭ টি বাক্সের ওজন কত?

৩। ঢাকা থেকে কোনো স্টেশনের দূরত্ব ১২০ কিলোমিটার। ঢাকা থেকে যাত্রা করে একটি ট্রেন ঘণ্টায় ৪৫ কিলোমিটার বেগে চলে ঐ স্টেশনে পৌঁছতে কত সময় লাগবে ?

৪। ৩৬টি ব্যাগের দাম ১৮০০ টাকা হলে, ৫০০ টাকায় ঐরূপ কয়টি ব্যাগ পাওয়া যাবে ?

৫। একজন শ্রমিক সপ্তাহে ৪২৩·৫০ টাকা আয় করেন। তাঁর ১৭ দিনের আয় কত ?

৬। একজন কৃষকের জমি চাষ করতে ৩৮ জন শ্রমিকের ১৫ দিন লাগল। ৫৭ জন শ্রমিকের ঐ জমি চাষ করতে কত দিন লাগবে ?

৭। এরফান সাহেব ১৮ জন লোক নিয়োগ করে তাঁর দালান তৈরির কাজ ৫৫ দিনে শেষ করলেন। কত জন লোক নিয়োগ করলে তিনি তাঁর দালান তৈরির কাজ ৬৬ দিনে শেষ করতে পারতেন ?

৮। একজন ঠিকাদারকে ২৫ দিনে একটি কাজ শেষ করতে হবে। ৩০ জন লোক কাজে লাগিয়ে তিনি দেখলেন যে ১৫ দিনে রাস্তার অর্ধেক কাজ শেষ হয়েছে। নির্ধারিত সময়ের মধ্যে রাস্তার কাজ শেষ করতে হলে তাঁর অতিরিক্ত কত জন লোক কাজে লাগাতে হবে?

৯। ৫টি গরু ও ৭টি ছাগলের দাম একত্রে ২৭,৫০০ টাকা। ১টি ছাগলের দাম ১,২৫০ টাকা হলে, ১৩টি গরুর দাম কত?

১০। জামাল সাহেব ৮৫৫০ টাকা ব্যাংকে জমা রাখলেন। এক বছর পর তিনি ৬৪১·২৫ টাকা মুনাফা পেলেন। এক বছরে ব্যাংক ১০০ টাকায় তাঁকে কত মুনাফা দিয়েছে ?

১১। ৬৩ জন লোক একটি কাজ ১৮ দিনে করতে পারে। ৪২ জন লোক ঐ কাজ কত দিনে করতে পারবে ?

১২। একটি বাঁধ তৈরি করতে ২৫০ জন শ্রমিকের ২৪ দিন সময় লাগে। ১৫ দিনে কাজটি শেষ করতে কত জন অতিরিক্ত শ্রমিক লাগবে ?

১৩। একটি ট্রেনের বেগ ঘণ্টায় ৭৫ কিলোমিটার। ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ১৮০ মিটার হলে, ৩২০ মিটার দীর্ঘ একটি প্লাটফরম অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে ?

১৪। একটি ছাত্রাবাসে ১৫ জন ছাত্রের ৩২ দিনের খাদ্য আছে। কয়েকজন নতুন ছাত্র আসায় ২০ দিনে ঐ খাদ্য শেষ হয়ে গেল। নতুন ছাত্রের সংখ্যা কত ?

১৫। একটি সেনাবাহিনীর গুদামে ১৫০০ সৈনিকের ৪০ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ১৩ দিন পর কিছু সৈনিক অন্য জায়গায় চলে গেল। অবশিষ্ট সৈনিকের বাকি খাদ্য ৩০ দিন চলল। কত জন সৈনিক অন্য জায়গায় চলে গিয়েছিল ?

১৬। দৈনিক ৮ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ২৫ জন লোক একটি কাজ ১৭ দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘণ্টা পরিশ্রম করে ২০ জন লোক ঐ কাজ ১৭ দিনে করতে পারবে?

১৭। ৪জন পুরুষ বা ৬ জন স্ত্রীলোক যে কাজ ১৫ দিনে করতে পারে, ৮ জন পুরুষ এবং ১৮ জন স্ত্রীলোক ঐ কাজ কত দিনে করতে পারবে ?

১৮। ২ জন পুরুষ ৩ জন বালকের সমান কাজ করতে পারে। এরূপ ৫ জন পুরুষ ও ৬ জন বালক একটি কাজ ১৭ দিনে করতে পারে। তদ্রূপ ১৮ জন পুরুষ ও ২৪ জন বালক ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে ?

১৯। ২০ জন লোক ৮০ দিনে ১৩৫ একর জমির ধান কাটতে পারে। কত জন লোক ৫০ দিনে ঐ জমির ধান কাটতে পারবে ?

২০। কোনো দুর্গে ১০০০ জন সৈন্যের ৭০ দিনের খাদ্য আছে। ১০ দিন পর ঐ দুর্গে আরও ২০০ জন সৈন্য আসলে, বাকি খাদ্যে কত দিন চলবে ?

২১। একটি ছাত্রাবাসে ১৫০ জন ছাত্রের ১৮ দিনের খাদ্য মজুত আছে। ৮ দিন পরে ঐ ছাত্রাবাস থেকে ২৫ জন ছাত্র চলে গেলে অবশিষ্ট খাদ্যে ছাত্রদের কত দিন চলবে ?

২২। কোনো একটি কাজ ক ১২ দিনে ও খ ২৪ দিনে করতে পারে। ক ও খ একত্রে ৮ দিনে কাজটির কত অংশ করতে পারে?

২৩। ৮ জন লোকের ১৬ দিনে ৬৪ কেজি চাল লাগে। কত জন লোকের ১০ দিনের জন্য ৭০ কেজি চালের দরকার ?

২৪। ৩০ জন লোক দৈনিক ৮ ঘণ্টা পরিশ্রম করে একটি কাজ ১৮ দিনে করতে পারে। ৪৫ জন লোক দৈনিক ৬ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ঐ কাজটি কত দিনে করতে পারবে ?

শতকরা হিসাব

৪.৩। শতকরার ধারণা

'শতকরা' শব্দের অর্থ 'প্রতি শতে'। গণিত পরীক্ষায় মোট নম্বর ছিল ১০০। একজন ছাত্র ঐ পরীক্ষায় গণিতে ৭৫ নম্বর পেলে আমরা বলতে পারি নম্বরের $\frac{৭৫}{১০০}$ অংশ পেয়েছে। আবার অন্যভাবে বলা যায়, সে 'প্রতি শতে ৭৫' নম্বর, অর্থাৎ 'শতকরা ৭৫' নম্বর পেয়েছে।

তাহলে, শতকরা ৭৫ $= \frac{৭৫}{১০০}$

সংক্ষেপে, $৭৫\% = \frac{৭৫}{১০০} = ৭৫ \times \frac{১}{১০০}$ ।

লক্ষ করি : * শতকরা একটি ভগ্নাংশ যার প্রতিক্ষেত্রে হর ১০০।

* শতকরা শব্দটিকে সংক্ষেপে % প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়েছে।

৪.৪। সাধারণ ভগ্নাংশকে শতকরায় রূপান্তর

উদাহরণ ১। নিচের ভগ্নাংশগুলোকে শতকরায় প্রকাশ কর :

$$\frac{৪}{৫}, \frac{৭}{১০}, \frac{৯}{২০}, ১\frac{১}{৪}, \frac{৫}{৭}, \frac{৩}{১১}।$$

সমাধান :

$$\frac{৪}{৫} = \frac{৪ \times ১০০}{৫} \times \frac{১}{১০০} = ৮০\%$$

$$\frac{৭}{১০} = \frac{৭ \times ১০০}{১০} \times \frac{১}{১০০} = ৭০\%$$

$$\frac{৯}{২০} = \frac{৯ \times ১০০}{২০} \times \frac{১}{১০০} = ৪৫\%$$

$$১\frac{১}{৪} = \frac{৫ \times ১০০}{৪} \times \frac{১}{১০০} = ১২৫\%$$

$$\frac{৫}{৭} = \frac{৫ \times ১০০}{৭} \times \frac{১}{১০০} = \frac{৫০০}{৭}\% = ৭১\frac{৩}{৭}\%$$

$$\frac{৩}{১১} = \frac{৩ \times ১০০}{১১} \times \frac{১}{১০০} = \frac{৩০০}{১১}\% = ২৭\frac{৩}{১১}\%।$$

মন্তব্য : একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ শতকরায় ১০০% এর বেশি।

৪.৫। শতকরাকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর

উদাহরণ ২। নিচের শতকরাগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর কর :

$$৮\%, ৭০\%, ৩১\%, ১৭\frac{১}{৩}\%, ৮\frac{১}{১০}\% \text{ ও } ৬৩\frac{১}{৩}\%।$$

সমাধান : $৮\% = ৮ \times \frac{১}{১০০} = \frac{৮}{১০০} = \frac{২}{২৫}$ (লঘিষ্ঠ আকারে পরিণত করে)

$৭০\% = ৭০ \times \frac{১}{১০০} = \frac{৭০}{১০০} = \frac{৭}{১০}$

$৩১\% = ৩১ \times \frac{১}{১০০} = \frac{৩১}{১০০}$

$১৭\frac{১}{৩}\% = ১৭\frac{১}{৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{৫২}{৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১৩}{৭৫}$

$৮\frac{১}{১০}\% = ৮\frac{১}{১০} \times \frac{১}{১০০} = \frac{৮১}{১০} \times \frac{১}{১০০} = \frac{৮১}{১০০০}$

$৬৩\frac{১}{৩}\% = ৬৩\frac{১}{৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১৯০}{৩} \times \frac{১}{১০০} = \frac{১৯}{৩০}$ ।

উদাহরণ ৩ । ৬০০ টাকার ২৭% = কত টাকা ?

সমাধান : ৬০০ টাকার ২৭% = ৬০০ টাকা এর ২৭%

= ৬০০ টাকা এর $(২৭ \times \frac{১}{১০০})$

= $\cancel{৬০০}^{৬}$ টাকা এর $\frac{২৭}{\cancel{১০০}_{১}}$

= ১৬২ টাকা।

∴ নির্ণেয় টাকার পরিমাণ ১৬২ ।

৪.৬ । শতকরার ব্যবহার

উদাহরণ ৪ । মান নির্ণয় কর :

(ক) ৫ টাকা ২০ টাকার শতকরা কত ?

(খ) ১০ কেজি ৫০ কেজির শতকরা কত ?

(গ) ২০ মিটার ৮০ মিটারের শতকরা কত ?

সমাধান : (ক) ৫ টাকা ২০ টাকার $\frac{৫}{২০}$ অংশ বা $\frac{১}{৪}$ অংশ। এখন $\frac{১}{৪}$ অংশকে শতকরায় প্রকাশ করতে হবে।

$\therefore \frac{১}{৪} = \frac{১ \times ১০০}{৪} \times \frac{১}{১০০} = ২৫\%$ ।

∴ ৫ টাকা ২০ টাকার ২৫% ।

(খ) ১০ কেজি ৫০ কেজির $\frac{১০}{৫০}$ অংশ বা $\frac{১}{৫}$ অংশ

$\therefore \frac{১}{৫} = \frac{১ \times ১০০}{৫} \times \frac{১}{১০০} = ২০\%$ ।

∴ ১০ কেজি ৫০ কেজির ২০% ।

(গ) ২০ মিটার ৮০ মিটারের $\frac{২০}{৮০}$ অংশ বা $\frac{১}{৪}$ অংশ

$\therefore \frac{১}{৪} = \frac{১ \times ১০০}{৪} \times \frac{১}{১০০} = ২৫\%$ ।

$\therefore$ ২০ মিটার ৮০ মিটারের ২৫% ।

উদাহরণ ৫ । মান নির্ণয় কর :

(ক) ২০০ টাকার ১০% = কত টাকা ? (খ) ৫০০ মিটারের ২০% = কত মিটার ?

(গ) ৩০০ কেজির $৭\frac{১}{২}\%$ = কত কেজি ? (ঘ) ৭০ লিটারের $২\frac{১}{৭}\%$ = কত লিটার?

সমাধান : (ক) ২০০ টাকার ১০% = ২০০ টাকা এর $\frac{১০}{১০০}$ = ২০ টাকা।

(খ) ৫০০ মিটারের ২০% = ৫০০ মিটার এর $\frac{২০}{১০০}$ = ১০০ মিটার।

(গ) ৩০০ কেজির $৭\frac{১}{২}\%$ = ৩০০ কেজি এর $\left(৭\frac{১}{২} \times \frac{১}{১০০}\right)$

= ৩০০ কেজি এর $\left(\frac{\overset{৩}{\cancel{১৫}}}{২} \times \frac{১}{\underset{২০}{\cancel{১০০}}}\right)$

= $\overset{১৫}{\cancel{৩০০}}$ কেজি এর $\frac{৩}{\underset{২}{\cancel{৪০}}} = \frac{৪৫}{২}$ কেজি = $২২\frac{১}{২}$ কেজি।

(ঘ) ৭০ লিটারের $২\frac{১}{৭}\%$ = ৭০ লিটার এর $\left(২\frac{১}{৭} \times \frac{১}{১০০}\right)$ = ৭০ লিটার এর $\left(\frac{\overset{৩}{\cancel{১৫}}}{৭} \times \frac{১}{\underset{২০}{\cancel{১০০}}}\right)$

= $\overset{\overset{১}{\cancel{১০}}}{\cancel{৭০}}$ লিটার এর $\frac{৩}{\cancel{৭} \times \underset{২}{\cancel{২০}}} = \frac{৩}{২}$ লিটার = $১\frac{১}{২}$ লিটার।

উদাহরণ ৬ । হাসনাত সাহেবের মাসিক আয় ৪৮০০ টাকা। তিনি তাঁর আয়ের $৩৩\frac{১}{৩}\%$ বাড়ি ভাড়া বাবদ খরচ করেন। তিনি মাসে বাড়ি ভাড়া বাবদ কত টাকা খরচ করেন?

সমাধান : মাসিক বাড়ি ভাড়া বাবদ খরচ = মাসিক আয়ের $৩৩\frac{১}{৩}\%$

= ৪৮০০ টাকা এর $\frac{৩৩\frac{১}{৩}}{১০০}$

= ৪৮০০ টাকা এর $\left(\frac{১০০}{৩} \times \frac{১}{১০০}\right)$

= ৪৮০০ টাকা এর $\frac{১}{৩}$ = ১৬০০ টাকা।

$\therefore$ নির্ণেয় খরচ ১৬০০ টাকা।

প্রশ্নমালা ৪.২

১। শতকরায় প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{৭}{১০০}$ (খ) $\frac{৭}{২৫}$ (গ) $\frac{৩}{৪}$ (ঘ) $\frac{৭}{১১}$ (ঙ) $\frac{৩}{৮}$

(চ) $১\frac{৪}{৫}$ (ছ) $\frac{৯}{৪০}$ (জ) $\frac{৮}{১৩}$ (ঝ) $২\frac{১}{৫}$ (ঞ) $\frac{১৯}{৮০}$ ।

২। সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) ১২% (খ) ৪৭% (গ) ২৫% (ঘ) $৯\frac{১}{৪}$ % (ঙ) $৩১\frac{৩}{৪}$ % (চ) ১৫০%

(ছ) $১৩\frac{১}{৩}$ % (জ) $৩৫\frac{১}{২}$ % (ঝ) ২০৫% (ঞ) $১৭\frac{৭}{৯}$ %।

৩। নির্ণয় কর :

(ক) ৩০০ এর ৩৫ % (খ) ৫০০ এর ৪০% (গ) ৯০ টাকার ৩০ %

(ঘ) ১০৫ কেজির ৪৫% (ঙ) ৮০০ মিটারের $১১\frac{১}{৫}$% (চ) ৯০ কি. মি. এর $৭\frac{১}{২}$ %

(ছ) ৫০৫ লিটারের $৩৩\frac{২}{৫}$% (জ) ২০০০ এর ২৩% (ঝ) ৭০০ কুইন্টালের $২৫\frac{১}{৭}$ %

(ঞ) ৮০০০ এর $৯\frac{১}{৮}$ %।

৪। মান নির্ণয় কর :

(ক) ১০ টাকা ৫০ টাকার শতকরা কত ?

(খ) ৭ কেজি ৫০ কেজির শতকরা কত ?

(গ) ৭০ কিলোমিটার ২১০ কিলোমিটারের শতকরা কত?

(ঘ) ৩০ লিটার ১২০ লিটারের শতকরা কত?

(ঙ) ৯৫ মিটার ১৯০ মিটারের শতকরা কত?

৫। জামাল সাহেব বাড়ি ভাড়া থেকে বছরে ৫০,০০০ টাকা আয় করেন। তাঁকে বার্ষিক বাড়ি ভাড়ার আয়ের ১২% পৌরকর দিতে হয়। তাঁর বার্ষিক পৌরকর কত?

৬। গণেশবাবু তাঁর মাসিক আয়ের ৬০% বাড়ি ভাড়া ও ছেলেমেয়েদের লেখাপড়ার জন্য খরচ করেন। বাড়ি ভাড়া ও ছেলেমেয়েদের লেখাপড়ার জন্য তিনি মাসে ৩,০০০ টাকা খরচ করলে, তাঁর মাসিক আয় কত?

৭। একটি বিদ্যালয়ে ১২৬ জন ছাত্র নতুন ভর্তি হওয়ায় ছাত্রসংখ্যা ১৪% বেড়ে গেল। আগে বিদ্যালয়ের ছাত্র সংখ্যা কত ছিল ?

৮। সালমা বেগমের মাসিক বেতন ৬,০০০ টাকা। এক বছর পর তাঁর মাসিক বেতন $২\frac{৩}{৫}$ % বেড়ে যায়। এক বছর পর তাঁর মাসিক বেতন কত হবে ?

৯। রাশেদ সাহেবের মাসিক বেতন ৫,৬০০ টাকা থেকে বেড়ে ৫,৭৭৫ টাকা হয়েছে। তাঁর মাসিক বেতন শতকরা কত বেড়েছে ?

১০। একটি গ্রামের লোকসংখ্যা ৫,৫৫০। তাঁদের মধ্যে ১১১০ জন মহিলা হলে, ঐ গ্রামে শতকরা কত জন মহিলা?

১১। কোনো বিদ্যালয়ের ষষ্ঠ শ্রেণীতে ছাত্রসংখ্যা ১৬০। সোমবারে ১২ জন ছাত্র অনুপস্থিত ছিল। ঐদিন শতকরা কত জন ছাত্র উপস্থিত ছিল ?

১২। রাজশাহী থেকে ২৪০টি ফজলি আম কিনে আনা হল। তার মধ্যে ১৫টি আম পচে গেল। শতকরা কতটি আম ভালো আছে ?

১৩। ইউসূফ সাহেবের মাসিক খরচ ৪,০৫০ টাকা ছিল। জিনিসপত্রের দাম বাড়াতে তাঁর মাসিক খরচ ৪,৫৩৬ টাকা হয়েছে। তাঁর খরচ শতকরা কত বেড়েছে ?

১৪। দৈনিক ২৪ ঘণ্টার মধ্যে লিলি ৮ ঘণ্টা ঘুমায়, ৫ ঘণ্টা লেখাপড়া করে, ২ ঘণ্টা খেলাধুলা করে এবং অবশিষ্ট সময়ে অন্যান্য কাজ করে। দিনের শতকরা কত সময় লিলি অন্যান্য কাজ করে ?

১৫। কোনো পরীক্ষায় গণিতে ৭৫% এবং বিজ্ঞানে ৪৫% শিক্ষার্থী কৃতকার্য হয়েছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩০% শিক্ষার্থী কৃতকার্য হয়ে থাকে, তবে উভয় বিষয়ে শতকরা কত জন শিক্ষার্থী অকৃতকার্য হয়েছে ?

১৬। কোনো বিদ্যালয়ে একটি পরীক্ষায় ৭০% শিক্ষার্থী গণিতে এবং ৮০% শিক্ষার্থী বাংলায় পাস করেছে। কিন্তু ১০% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে। যদি উভয় বিষয়ে ৩৬০ জন শিক্ষার্থী পাস করে থাকে, তবে ঐ বিদ্যালয়ের কত জন শিক্ষার্থী পরীক্ষা দিয়েছে ?

১৭। কাপড়ের মূল্য ২০% কমে গেলে কোনো ব্যক্তি খরচ বৃদ্ধি না করেও কাপড়ের ব্যবহার শতকরা কত বৃদ্ধি করতে পারবে ?

১৮। যদি তেলের দাম ২৫% বৃদ্ধি পায়,তবে তেলের ব্যবহার শতকরা কত কমালে তেল বাবদ খরচ বৃদ্ধি পাবে না ?

১৯। যদি রেডিও বিক্রয়ের উপর ৪% বিক্রয়-কর দিতে হয়, তবে ৫৯৮·৫০ টাকার রেডিওর জন্য কত টাকা বিক্রয় কর দিতে হবে ?

২০। আখের নমুনায় $১৬\frac{২}{৩}\%$ চিনি রয়েছে। ৫০ কেজি চিনি উৎপাদনের জন্য কত কেজি আখ প্রয়োজন হবে ?

লাভ-ক্ষতি

উদাহরণ ৭। একটি শার্ট ১০% লাভে বিক্রয় করা হল। শার্টটির ক্রয়মূল্য ৫০ টাকা হলে, এর বিক্রয়মূল্য কত ?

সমাধান : ঐকিক নিয়ম

মনে করি, ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা

তাহলে, ১০% লাভে বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ১০) টাকা = ১১০ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১১০ টাকা

" ১ " " " $\frac{১১০}{১০০}$

" ৫০ " " " $\frac{১১০ \times ৫০}{১০০}$ টাকা = ৫৫ টাকা।

∴ নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য = ৫৫ টাকা।

বিকল্প পদ্ধতিতে সমাধান :

শার্টটির ক্রয় মূল্য ১০০% হলে বিক্রয় হল = ক্রয়মূল্যের (১০০ + ১০) বা ১১০%

ক্রয়মূল্যের ১০০% = ৫০ টাকা

" ১% = $\frac{৫০}{১০০}$ টাকা

" ১১০% = $\left(\frac{৫০}{১০০} \times ১১০\right)$ টাকা = ৫৫ টাকা।

∴ নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য = ৫৫ টাকা।

বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য + লাভ লাভ ক্রয়মূল্যের উপর হিসাব করা হয়।

মন্তব্য : ঐকিক নিয়মে সমাধান করা সুবিধাজনক।

উদাহরণ ৮। একটি কলম ১৩২ টাকায় বিক্রয় করায় ১২% ক্ষতি হল। কলমটির ক্রয়মূল্য কত ?

সমাধান : মনে করি, ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা। তাহলে ১২% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = (১০০ − ১২) টাকা = ৮৮ টাকা

এখন কলমটির বিক্রয়মূল্য ৮৮ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

" " " ১ " " " $\frac{১০০}{৮৮}$ টাকা

" " " ১৩২ " " " $\frac{১০০ \times ১৩২}{৮৮}$ টাকা = ১৫০ টাকা।

∴ নির্ণেয় ক্রয়মূল্য = ১৫০ টাকা।

বিক্রয়মূল্য = ক্রয়মূল্য − ক্ষতি ক্ষতি ক্রয়মূল্যের উপর হিসাব করা হয়।

উদাহরণ ৯ । ৪০ টাকায় ১০টি কলা কিনে ২৫% লাভে বিক্রি করলে ১টি কলা কত টাকায় বিক্রি করতে হবে ?

সমাধান : ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে ২৫% লাভে বিক্রয় মূল্য (১০০+২৫) টাকা = ১২৫ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য ১২৫ টাকা

∴ ” ১ ” ” ” $\frac{১২৫}{১০০}$ টাকা

∴ ” ৪০ ” ” ” $\frac{\overset{৫}{\cancel{১২৫}} \times \overset{১০}{\cancel{৪০}}}{\underset{৪}{\cancel{১০০}}}$ টাকা = ৫০ টাকা

সুতরাং ১০ টি কলার বিক্রয়মূল্য ৫০ টাকা

∴ ১ টি ” ” $\frac{৫০}{১০}$ টাকা = ৫ টাকা

∴ ১ টি কলা ৫ টাকায় বিক্রি করতে হবে।

উদাহরণ ১০ । একটি জিনিস ৫০৪ টাকায় বিক্রি করলে ১৬ % ক্ষতি হয়। জিনিসটি ৬২৪ টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান : ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, ১৬% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১৬) টাকা = ৮৪ টাকা।

বিক্রয়মূল্য ৮৪ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ” ১ ” ” ” $\frac{১০০}{৮৪}$ টাকা

∴ ” ৫০৪ ” ” ” $\frac{১০০ \times ৫০৪}{৮৪}$ টাকা = ৬০০ টাকা

∴ জিনিসটির ক্রয়মূল্য = ৬০০ টাকা

জিনিসটি ৬২৪ টাকায় বিক্রি করলে লাভ = (৬২৪ − ৬০০) টাকা = ২৪ টাকা।

৬০০ টাকায় লাভ হয় ২৪ টাকা

∴ ১ ” ” ” $\frac{২৪}{৬০০}$ টাকা

∴ ১০০ ” ” ” $\frac{২৪ \times ১০০}{৬০০}$ টাকা = ৪ টাকা।

∴ নির্ণেয় লাভ ৪%।

মন্তব্য : শতকরা % চিহ্ন ব্যবহার করলে কোনো একক ব্যবহার করতে হয় না। যেমন ৪% টাকা, ৪% কেজি ইত্যাদি লেখা যাবে না।

সরল সুদকষা

উদাহরণ ১১। রমেশবাবু ব্যাংকে ২৫০০ টাকা জমা রেখে ৫ বছরে ৮৭৫ টাকা সুদ পেলেন। শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত ?

সমাধান : ২৫০০ টাকার ৫ বছরের সুদ ৮৭৫ টাকা

১ " ১ " " $\frac{৮৭৫}{২৫০০ \times ৫}$ টাকা

১০০ " ১ " " $\frac{৮৭৫ \times ১০০}{২৫০০ \times ৫}$ টাকা = ৭ টাকা।

∴ শতকরা বার্ষিক সুদের হার ৭ টাকা।

লক্ষ করি : শতকরা বার্ষিক সুদের হার $\frac{\text{সুদ} \times ১০০}{\text{আসল} \times \text{সময়}}$। এ হার হল সরল সুদের হার।

* ব্যাংকে যে টাকা জমা রাখা হয় তা হচ্ছে মূলধন বা আসল।
* মূলধন বা আসল টাকার অতিরিক্ত যে টাকা ব্যাংক প্রদান করে তা হচ্ছে ব্যাংক প্রদত্ত সুদ। এই সুদ জমাকারীর মুনাফা।
* মূলধন বা আসলের সঙ্গে সুদ যোগ করলে যে টাকা হয় তা হচ্ছে সুদমূল বা সুদআসল।
* ১০০ টাকার উপর ১ বছরের জন্য যে সুদ ধরা হয় তা হচ্ছে বার্ষিক শতকরা সুদের হার।

উদাহরণ ১২। বার্ষিক শতকরা সুদের হার ৫·৫০ টাকা। ২৭০০ টাকার ৪ বছরের সুদ কত ?

সমাধান : ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৫·৫০ টাকা

∴ ১ " ১ " " $\frac{৫\cdot৫০}{১০০}$ টাকা

∴ ২৭০০ " ৪ " " $\frac{৫\cdot৫০ \times ২৭০০ \times ৪}{১০০}$ টাকা

$= \frac{৫৫০ \times ২৭ \times ৪}{১০০}$ টাকা

= ৫৯৪ টাকা ।

∴ নির্ণেয় সুদ ৫৯৪ টাকা।

লক্ষ করি : $\boxed{\text{সুদ} = \frac{\text{হার} \times \text{আসল} \times \text{সময়}}{১০০}}$

উদাহরণ ১৩। শতকরা বার্ষিক সুদের হার ৮ টাকা হলে, ৩৫০০ টাকা ৭ বছরে সুদআসলে কত হবে ?

সমাধান : ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ৮ টাকা

∴ ১ " ১ " " $\frac{৮}{১০০}$ টাকা

∴ ৩৫০০ " ৭ " " $\frac{৮ \times ৩৫০০ \times ৭}{১০০}$ টাকা = ১৯৬০ টাকা।

∴ নির্ণেয় সুদআসল (৩৫০০+১৯৬০) টাকা = ৫৪৬০ টাকা।

সুদআসল = সুদ + আসল
অর্থাৎ, সুদ = সুদআসল − আসল

উদাহরণ ১৪। ৬৫০ টাকা যে হার সুদে ৪ বছরে সুদআসলে ৮০৬ টাকা হয়, ঐ একই হার সুদে কত টাকা ৫ বছরে সুদআসলে ১০৪০ টাকা হবে ?

সমাধান : সুদ = সুদআসল − আসল

∴ ৬৫০ টাকার ৪ বছরের সুদ (৮০৬ − ৬৫০) টাকা = ১৫৬ টাকা

এখন ৬৫০ টাকার ৪ বছরের সুদ ১৫৬ টাকা

∴ ১ " ১ " " $\frac{১৫৬}{৬৫০ \times ৪}$ টাকা

∴ ১০০ " ১ " " $\frac{১৫৬ \times ১০০}{৬৫০ \times ৪}$ টাকা = ৬ টাকা।

∴ বার্ষিক শতকরা সুদের হার ৬ টাকা।

আবার, আসল ১০০ টাকা হলে, ৫ বছরে সুদেআসলে (১০০ + ৬ × ৫) টাকা

∴ সুদেআসলে ১৩০ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

∴ " " ১ " " " $\frac{১০০}{১৩০}$ টাকা

∴ " " ১০৪০ " " " $\frac{১০০ \times \cancel{১০৪০}^{৮}}{\cancel{১৩০}_{১}}$ টাকা = ৮০০ টাকা।

∴ নির্ণেয় আসল ৮০০ টাকা।

প্রশ্নমালা ৪.৩

১। একটি ঘড়ি ৩৫০ টাকায় ক্রয় করে ৪২০ টাকায় বিক্রয় করা হল। এতে শতকরা কত লাভ হল ?

২। প্রতি কেজি ১৭ টাকা দরে ২০০ কেজি চাল ক্রয় করে ঐ চাল ৩,২৩০ টাকায় বিক্রয় করা হল। এতে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল ?

৩। আমিন সাহেব ১২% লাভে একটি রেডিও ১০০৮ টাকায় বিক্রয় করলেন। রেডিওটির ক্রয়মূল্য কত ?

৪। একটি টেলিভিশন ৫৭৫০ টাকায় ক্রয় করে ৮% লাভে বিক্রয় করলে টেলিভিশনের বিক্রয়মূল্য কত ?

৫। টাকায় ১৫টি দরে মার্বেল ক্রয় করে ২০টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত ক্ষতি হবে ?

৬। শ্যামবাবু তাঁর দোকানের পেঁয়াজ ৬০০০ টাকায় বিক্রয় করায় ৬ $\frac{১}{৪}$ % ক্ষতি হল। পেঁয়াজের ক্রয়মূল্য কত ?

৭। জামিল সাহেব তাঁর দোকানের চাল ৪৮৯৬ টাকায় বিক্রয় করায় ১৫% ক্ষতি হল। ঐ চাল কত টাকায় বিক্রয় করলে ৫% লাভ হবে ?

৮। একজন দোকানদার তাঁর দোকানের ডাল ৬% লাভে ২৬৫০ টাকায় বিক্রয় করলেন। ঐ ডাল কত টাকায় বিক্রয় করলে তাঁর ৫% ক্ষতি হবে ?

৯। আশরাফ প্রতি হালি ডিম ১৩ টাকা দরে ক্রয় করে প্রতি ডজন ৩৭.৫০ টাকা দরে বিক্রয় করল। এতে তার শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হল ?

১০। আকবর প্রতি কেজি ৭·৫০ টাকা দরে ১২০ কেজি আলু কিনল। আলুর এক-তৃতীয়াংশ সে ৭·২০ টাকা দরে বিক্রয় করল। বাকি আলু কী দরে বিক্রয় করলে তার মোটের উপর ৪% লাভ হবে ?

১১। একজন দোকানদার ১৫% ক্ষতিতে একটি জিনিস বিক্রয় করল। যদি তিনি জিনিসটি আরও ৫০ টাকা বেশি দামে বিক্রয় করতে পারতেন তবে ৫% লাভ হত। জিনিসটি কত দামে ক্রয় করা হয়েছিল ?

১২। একটি শার্ট ও একটি প্যান্টের ক্রয়মূল্য একত্রে ৫০০ টাকা। যদি প্যান্টটি ১০% লাভে ও শার্টটি ৫% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হয়, তবে ঐগুলোর একত্রে বিক্রয়মূল্য ৫২০ টাকা। শার্ট ও প্যান্টের প্রত্যেকটির ক্রয়মূল্য কত ?

১৩। টাকায় ৫টি ও ৭টি দরে সমান সংখ্যক লিচু ক্রয় করা হল। এ লিচুগুলো টাকায় ৬টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে ?

১৪। কোনো জিনিস বিক্রয় করে পাইকারি বিক্রেতার ২০% এবং খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভ হয়। যদি ঐ জিনিসের খুচরা মূল্য ৫৭৬ টাকা হয়, তবে পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য কত ?

১৫। সূত্রের সাহায্যে সুদ নির্ণয় কর :

(ক) বার্ষিক ৭% সুদে ১২০০ টাকার ৩ বছরের সুদ

(খ) বার্ষিক ৭ $\frac{১}{২}$% সুদে ৬০০ টাকার ৫ বছরের সুদ

(গ) বার্ষিক ৮ $\frac{১}{২}$% সুদে ২৪০০ টাকার ৯ বছরের সুদ

(ঘ) বার্ষিক ৭ $\frac{৩}{৪}$% সুদে ৫৬০ টাকার ৭ বছরের সুদ

(ঙ) বার্ষিক ৮ $\frac{১}{৪}$% সুদে ২৫০০ টাকার ৮ বছরের সুদ।

১৬। বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত হলে, ১৫০০ টাকার ৭ বছরের সুদ ৭৩৫ টাকা হবে ?

১৭। বার্ষিক সুদের হার ৮% হলে, ১৭৫০ টাকার কত বছরের সুদ ৫৬০ টাকা হবে ?

১৮। বার্ষিক সুদের হার ৭ $\frac{৩}{৪}$% হলে, ২৫০০ টাকার কত বছরের সুদ ৭৭৫ টাকা হবে ?

১৯। বার্ষিক সুদের হার ৫% হলে, কত টাকা ৮ বছরে সুদেআসলে ২৩৮০ টাকা হবে ?

২০। বার্ষিক সুদের হার ৬ $\frac{৩}{৪}$% হলে, ১৪০০ টাকা ৮ বছরে সুদেআসলে কত হবে ?

২১। শতকরা বার্ষিক সুদের হার কত হলে, ১৩০০ টাকা ৫ বছরে সুদেআসলে ১৭৫৫ টাকা হবে ?

২২। বার্ষিক সুদের হার ৫ $\frac{১}{২}$% হলে, কত বছরে ২২০০ টাকা সুদেমূলে ২৫৬৩ টাকা হবে ?

২৩। জামান কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রাখে এবং ৪ বছর পর সে ৪৬৫ টাকা মুনাফা পায়। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৭ $\frac{৩}{৪}$% হলে, সে ব্যাংকে কত টাকা রেখেছিল ?

২৪। আফরোজা ১৮০০ টাকা ব্যাংকে জমা দিল। ব্যাংকের বার্ষিক সুদের হার ৭ $\frac{১}{২}$ % হলে, সে ৬ বছর পর সুদসহ কত পাবে ?

২৫। বার্ষিক ১২ $\frac{১}{২}$ % হার সুদে ৮০০ টাকার ৫ বছরে যে সুদ হয়, বার্ষিক ৪% হার সুদে কত টাকায় ১০ বছরে ঐ সুদ হবে ?

২৬। বার্ষিক ৩% হার সুদে ২৫০ টাকায় ৬ বছরে যত সুদ হয়, বার্ষিক ৫% হার সুদে কত বছরে ২২৫ টাকার তত সুদ হবে ?

২৭। বার্ষিক ৫% হার সুদে কত টাকার দৈনিক সুদ ০·২০ টাকা হবে ?

২৮। বার্ষিক শতকরা কত হার সুদে কোনো আসল ৫ বছরে সুদেআসলে দ্বিগুণ হবে ?

২৯। কোনো আসল টাকার ৫ বছরের সুদ আসলের $\frac{৫}{৮}$ অংশ হলে, বার্ষিক শতকরা সুদের হার কত ?

৩০। বার্ষিক ৫% হার সুদে কত বছরে সুদআসলের $\frac{৫}{১৬}$ অংশ হবে ?

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। শতকরা একটি ভগ্নাংশ। এই ভগ্নাংশের প্রতি ক্ষেত্রে হর কত ?

ক. ১০০ খ. ১০

গ. ১ ঘ. $\frac{১}{১০০}$

২। ৭ টাকা ২৮ টাকার শতকরা কত ?

ক $\frac{১}{৪}$ % খ. ৪%

গ. ২৫% ঘ. ৪০০%

৩। ৬৬$\frac{২}{৩}$% কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে ?

ক. $\frac{২০০}{৩}$ খ. $\frac{১০০}{৩}$

গ. $\frac{২}{৩}$ ঘ. $\frac{১}{৩}$

৪। ১ ডজন ডিমের দাম ৫৪ টাকা হলে, ৪৫ টাকায় কয়টি ডিম পাওয়া যাবে ?

ক. ৫টি খ. ৮টি

গ. ১০টি ঘ. ১১টি

৫। নিচের কোনটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ?

ক. ৭$\frac{১}{২}$% খ. ৪৫%

গ. $\frac{৪০০}{৭}$ % ঘ. ১২৫%

৬। i. সুদ = সুদাসল − আসল

ii. সময় = $\frac{১০০ \times \text{সুদ} \times \text{আসল}}{\text{হার}}$

iii. লাভ বা ক্ষতি বিক্রয়মূল্যের ওপর হিসাব করা হয়

ওপরের তথ্যগুলোর ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i খ. ii

গ. i ও iii ঘ. ii ও iii

রহিম একটি কলম ৬৬ টাকায় বিক্রি করল। এতে তার ১২% ক্ষতি হল।

ওপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৭ ও ৮ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

৭। কলমটির ক্রয়মূল্য কত টাকা ছিল ?

ক. ৫৬ খ. ৬০

গ ৭৫ ঘ. ৭৮

৮। রহিমের কত টাকা ক্ষতি হল ?

ক. ৬ টাকা খ. ৯ টাকা

গ. ১০ টাকা ঘ. ১২ টাকা

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। রহমান সাহেব ব্যাংকে ৫০০০ টাকা জমা রাখলেন। ৫ বছর পর মুনাফা পেলেন ১৭৫০ টাকা।

ক. তিনি ১ বছরে কত টাকা মুনাফা পেলেন ?

খ. শতকরা বার্ষিক মুনাফার হার কত ?

গ. একই হারে ৬৮০০ টাকার ৪ বছরে মুনাফা-আসলে কত হবে ?

২। বাগআঁচড়া ইউনাইটেড হাইস্কুলের ৮০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ৭০% গণিতে এবং ৮০% বাংলায় পাস করেছে। কিন্তু ১০% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

ক. কতজন শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে ?

খ. শতকরা কতজন শুধু গণিতে এবং শুধু বাংলায় ফেল করেছে ?

গ. কতজন শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে পাস করেছে ?

৩। ঢাকা থেকে আরিচার দূরত্ব ৮৮ কি. মি.। মিজান ঢাকা থেকে আরিচার উদ্দেশে রওনা হল। সে ৭৭ কি. মি. বাসে এবং বাকি পথ রিকশায় চড়ে আরিচা পৌছাল। বাসের গতিবেগ ঘণ্টায় ২২ কি.মি. এবং রিকশার গতিবেগ ঘণ্টায় ৪ $\frac{১}{২}$ কি.মি.।

ক. মিজান কত কি. মি. পথ রিকশায় চড়ে গিয়েছিল ?

খ. সে বাসে কতক্ষণ ভ্রমণ করেছিল ?

গ. পথিমধ্যে রিকশার জন্য ৩০ মিনিট সময় ব্যয় হলে, আরিচা পৌছাতে তার মোট কত সময় লেগেছিল ?

বীজগণিত

প্রথম অধ্যায়

প্রতীক, সংখ্যা গুণিতক, সূচক, চিহ্নযুক্ত সংখ্যা

গণিতের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ শাখা হল বীজগণিত। আমাদের অনেক সমস্যাই বীজগণিতের সাহায্যে সমাধান করতে পারি। এজন্য বিভিন্ন ক্ষেত্রে বীজগণিতের ব্যাপক ব্যবহার রয়েছে।

1.1 আক্ষরিক সংখ্যা, বীজগণিতীয় প্রতীক

পাটিগণিতে সংখ্যা লেখার জন্য ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ প্রতীক বা অঙ্কগুলো ব্যবহার করা হয়। তদ্রূপ বীজগণিতে আন্তর্জাতিকভাবে ব্যবহৃত সংখ্যা-প্রতীক বা অঙ্কগুলো হল 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9./এ অঙ্কগুলো ব্যবহার করে যে-কোনো সংখ্যা গঠন করা যায়। সংখ্যাগুলোর মধ্যে 1, 2, 3, 4, 5, ... ইত্যাদিকে **গণনাকারী** বা **স্বাভাবিক সংখ্যা** বলে।

বীজগণিতে এ অঙ্কগুলো ছাড়াও বাংলায় ক,খ,গ, ..., ইংরেজিতে a, b, c,..... p, q, r,..... x, y, z এবং গ্রিক বর্ণমালার α (আলফা), β (বিটা), δ (ডেলটা), γ (গামা) ইত্যাদি সংখ্যার পরিবর্তে ব্যবহার করা হয় এবং এগুলোকেও সংখ্যা-প্রতীক বলা হয়।

মনে করি, একটি খেলার মাঠে দর্শক সংখ্যা x ছিল। যদি দেখা যায়, ঐ দর্শক সংখ্যা 200, তাহলে x এর মান হবে 200। দর্শক সংখ্যা 300 হলে, x এর মান হবে 300, ইত্যাদি।

আবার রুনার কাছে কিছু টাকা আছে বললে নির্দিষ্ট কোনো সংখ্যা দিয়ে তা বোঝানো সম্ভব নয়। তার কাছে যে-কোনো পরিমাণ টাকা থাকতে পারে। তবে বীজগণিতীয় প্রতীকে বলা যায় যে তার কাছে a পরিমাণ টাকা আছে।

$a = 10$ হলে, রুনার কাছে 10 টাকা থাকবে ;
$a = 20$ হলে, রুনার কাছে 20 টাকা থাকবে, ইত্যাদি।

1.2 প্রক্রিয়া চিহ্ন

পাটিগণিতে প্রক্রিয়া চিহ্ন :

+	−	×	÷
যোগ	বিয়োগ	গুণ	ভাগ

বীজগণিতে প্রক্রিয়া চিহ্ন :

+	−	× , .	~	÷
প্লাস	মাইনাস	মালটিপ্লিকেশন বা ইন্টু বা ডট	ডিফারেনস	ডিভিশন বা বাই

উদাহরণ 1. a প্লাস b কে লিখা হয় $a + b$

a মাইনাস b কে লিখা হয় $a - b$

a ইন্টু b কে লিখা হয় $a \times b$ বা $a \, . \, b$ বা ab

a ডিভিশন b কে লিখা হয় $a \div b$ বা, $\frac{a}{b}$ বা a / b

a ডিফারেনস b কে লিখা হয় $a \sim b$ বা $b \sim a$, যেমন $8 \sim 3 = 5$ বা, $3 \sim 8 = 5$.

উদাহরণ 2. (i) 2 কেজি + 5 কেজি = 7 কেজি (ii) x কেজি + a কেজি = $(x + a)$ কেজি (iii) রুমার বর্তমান বয়স 12 । x বছর আগে তার বয়স ছিল $(12 - x)$ বছর।

উপরের উদাহরণ দুইটি থেকে লক্ষ করি :

* 2 ও 5 উভয়ের নির্দিষ্ট মান আছে। তাই এদের যোগ করে নির্দিষ্ট সংখ্যা 7 পাওয়া গেছে।
* a ও x এর কোনো নির্দিষ্ট মান নেই। তাই এদের যোগ বা বিয়োগ করে নির্দিষ্ট মান পাওয়া যায়নি।
* $a \times 5$, $a \, . \, 5$ কে $5a$ লিখা হয়, কিন্তু সাধারণত $a5$ লিখা হয় না।

বীজগণিতে দুইটি প্রতীক পাশাপাশি লিখলে এদের মধ্যে '×' বা ' . ' চিহ্ন আছে ধরে নিতে হবে। গুণচিহ্ন বাদ দিয়ে সংখ্যা ও বীজগণিতীয় প্রতীক পাশাপাশি লিখলে সংখ্যাটি আগে লিখতে হয়।

উদাহরণ 3. অর্থ বল : (i) $5x$ (ii) $a - 3b$ (iii) $ax - by$

উত্তর : (i) $5x$ এর অর্থ $5 \times x$ বা, $x \times 5$ অর্থাৎ x এর 5 গুণ ;

(ii) $a - 3b$ এর অর্থ a থেকে b এর 3 গুণ বিয়োগ ;

(iii) $ax - by$ এর অর্থ a ও x এর গুণফল থেকে b ও y গুণফলের বিয়োগ।

উদাহরণ 4. $+, -, \times, \div$ চিহ্নের সাহায্যে লেখ :

(i) x এর সাথে y এর দ্বিগুণ যোগ কর ;

(ii) a এর তিনগুণ থেকে b এর পাঁচগুণ বিয়োগ কর ;

(iii) একটি সংখ্যার দ্বিগুণ ও অন্য একটি সংখ্যার তিনগুণের যোগ কর ;

(iv) a এবং b এর গুণফল থেকে c এবং d এর গুণফল বিয়োগ কর ;

(v) a কে x দ্বারা, b কে y দ্বারা, c কে z দ্বারা ভাগ কর এবং প্রাপ্ত ভাগফলগুলো যোগ কর।

উত্তর : (i) y এর দ্বিগুণ হল $2y$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগ $= x + 2y$.

(ii) a এর তিনগুণ হল $3a$

b এর পাঁচগুণ হল $5b$

$\therefore$ নির্ণেয় বিয়োগ $= 3a - 5b$.

(iii) মনে করি, একটি সংখ্যা x
এবং অপর সংখ্যা y
∴ নির্ণেয় যোগ = $2x + 3y$.

(iv) a এবং b এর গুণফল হল ab
c এবং d এর গুণফল হল cd
∴ নির্ণেয় বিয়োগ = $ab - cd$.

(v) a কে x দ্বারা ভাগ করলে হয় $\frac{a}{x}$

b কে y দ্বারা ভাগ করলে হয় $\frac{b}{y}$

c কে z দ্বারা ভাগ করলে হয় $\frac{c}{z}$

∴ নির্ণেয় যোগ = $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$.

উদাহরণ 5. x এবং y এর যোগের দ্বিগুণকে a থেকে b এর বিয়োগের তিনগুণের সমান লেখ।

উত্তর : x এবং y এর যোগের দ্বিগুণ $2(x + y)$;
a থেকে b এর বিয়োগের তিনগুণ $3(a - b)$.
∴ $2(x+y) = 3(a - b)$.

প্রশ্নমালা 1.1

অর্থ বল : (1–5)

1. (i) 7, 10 (ii) $x + y$ (iii) $x - y$ (iv) x / y.

2. (i) $x \times y \div z$ (ii) $x \div y \times z$ (iii) $x \times y \times z$.
(iv) $x \div y + z$.

3. (i) $\frac{a}{2} + \frac{b}{3} + \frac{c}{5}$ (ii) $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} + \frac{5}{c}$ (iii) $\frac{2}{p} + \frac{3}{q} + \frac{4}{r}$ ·

4. (i) $a - 3b + 2c$ (ii) $3\frac{5}{7}$ (iii) $3\frac{b}{a}$ ·

5. (i) $ax + by - cz$ (ii) $2x - 3y + 4z$.

+, −, ×, ÷, = চিহ্নের সাহায্যে লেখ : (6-11)

6. (i) 2 এর সাথে b যোগ কর ; (ii) 5 থেকে a বিয়োগ কর ;
(iii) m কে n দ্বারা গুণ কর ; (iv) 7 কে x দ্বারা গুণ কর ;
(v) p কে q দ্বারা ভাগ কর।

7. (i) x এর এক-তৃতীয়াংশ ; (ii) x এবং y এর সমষ্টির অর্ধেক ; (iii) a এবং b এর বিয়োগে দুই-তৃতীয়াংশ।

8. a থেকে b বিয়োগ কর এবং এই বিয়োগের সাথে x যোগ কর।

9. m কে p দ্বারা, n কে q দ্বারা ভাগ কর এবং প্রাপ্ত ভাগগুলো যোগ কর।

10. 3 এবং a এর সমষ্টি z এর সমান।

11. x এর k গুণ, y এর m গুণ এবং z এর n গুণ, এরা পরস্পর সমান।

12. সঠিক উত্তরটি লিখ :

(i) 2 এর b গুণ থেকে x এর y গুণ বিয়োগ করলে কী হয় ?

(ক) $2x - by$ (খ) $2b - xy$

(গ) $bx - 2y$ (ঘ) $2y - bx$

(ii) x ও y এর যোগ z এর সমান কোনটি?

(ক) $x + z = y$ (খ) $y + z = x$

(গ) $x + y = z$ (ঘ) $x + y + z = 0$

(iii) x থেকে z এর বিয়োগ y এর সমান কোনটি?

(ক) $x - z = y$ (খ) $x - y = z$

(গ) $y - z = x$ (ঘ) $z - y = x$

1.3 সাংখ্য সহগ

$x \times 5,\ \ 5 \times y,\ \ a \times 5$ অর্থাৎ $5x,\ \ 5y,\ \ 5a$ বীজগণিতীয় রাশির সহগ 5।

> কোনো একপদী রাশির সঙ্গে কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা গুণক হিসেবে যুক্ত থাকলে ঐ গুণককে রাশিটির সাংখ্য সহগ বা সহগ বলে

উদাহরণ 6. সহগ নির্ণয় কর :

(i) x এ x এর

(ii) $7ab$ এ ab এর

(iii) $8acd$ এ acd এর

(iv) xyz এ xyz এর।

উত্তর : (i) $x = x \times 1$ $\therefore$ x এর সহগ $= 1$.

(ii) $7ab = ab \times 7$ $\therefore$ ab এর সহগ $= 7$.

(iii) $8ac = 8 \times ac$ $\therefore$ ac এর সহগ $= 8$.

(iv) $xyz = 1 \times xyz$ $\therefore$ xyz এর সহগ $= 1$.

কোনো একপদী রাশির সঙ্গে স্বাভাবিক সংখ্যা গুণক হিসেবে না থাকলে ঐ রাশির সাংখ্য সহগ 1 ধরা হয়।

উদাহরণ 7. সরল কর : (i) $a + 3a$; (ii) $2a + 3a$.

উত্তর :

(i) $a + 3a = a + (a+a+a)$
$= a + a + a + a = 4a$

(ii) $2a + 3a = (a + a) + (a + a + a)$
$= a + a + a + a + a = 5a$.

লক্ষ করি : $\boxed{ma + na = (m + n)a}$

উদাহরণ 8. সরল কর :

(i) $a + x + x + a + a$ (ii) $3a + 2b + 7a + 4b$.

উত্তর :

(i) $a + x + x + a + a = (a + a + a) + (x + x)$
$= 3a + 2x$

(ii) $3a + 2b + 7a + 4b = 3a + 7a + 2b + 4b$
$= (3 + 7)a + (2 + 4)b$
$= 10a + 6b$.

উদাহরণ 9. একটি গরুর দাম x, একটি খাসির দাম y এবং একটি ভেড়ার দাম z হলে, নিচের প্রতীকগুলো দ্বারা কী বোঝায়?

(i) $3x$ (ii) $8y$, (iii) $3x + 5y$,
(iv) $x + y + z$, (v) $5x + z$.

উত্তর :

(i) $3x$ হল 3 টি গরুর দাম ;

(ii) $8y$ হল 8 টি খাসির দাম ;

(iii) $3x + 5y$ হল 3 টি গরুর দাম ও 5 টি খাসির দামের সমষ্টি ;

(iv) $x+y+z$ হল একটি গরুর দাম, একটি খাসির দাম এবং একটি ভেড়ার দামের সমষ্টি ;

(v) $5x +z$ হল 5 টি গরুর দাম ও একটি ভেড়ার দামের সমষ্টি।

উদাহরণ 10. একটি গরুর দাম x, একটি খাসির দাম y এবং একটি ভেড়ার দাম z হলে,

(i) চারটি গরু ও দুইটি ভেড়ার মোট দাম কত হবে ?

(ii) পাঁচটি খাসি, দুইটি গরু এবং একটি ভেড়ার মোট দাম কত হবে ?

উত্তর :

(i) চারটি গরু ও দুইটি ভেড়ার মোট দাম হবে, $4x + 2z$

(ii) পাঁচটি খাসি, দুইটি গরু এবং একটি ভেড়ার মোট দাম হবে, $5y + 2x + z$

প্রশ্নমালা 1.2

1. সাংখ্য সহগ নির্ণয় কর :

(i) $3x$, (ii) $7z$, (iii) $2abc$, (iv) $2abcx$, (v) $9yz$

2. $8xyz$ রাশিতে xyz এর সহগ কত ?

3. $abcd$ রাশিতে $abcd$ এর সহগ কত ?

4. সরল কর : (i) $x+y+x+y$.

(ii) $a+b+x+y+x+y+a+a$.

(iii) $a + b + c + a + b + c + c$

(iv) $3a + 2b + 4b + 5a$. (v) $x + 7y + 9z + 3x + 2y$.

5. প্রতিটি বইয়ের দাম x এবং প্রতিটি কলমের দাম y হলে, নিচের প্রতীকগুলো দ্বারা কী বোঝায় ?

(i) $5x$ (ii) $7y$ (iii) $6x + 3y$

(iv) $8x + 9y$ (v) $3y + x$.

6. এক কেজি চালের দাম x টাকা হলে,

(i) 5 কেজি চালের দাম কত ? (ii) 13 কেজি চালের দাম কত ?

(iii) 40 টাকায় কত কেজি চাল ক্রয় করা যাবে ? (iv) কত কেজি চালের দাম y টাকা ?

7. x, y, z যথাক্রমে এক টাকা, পাঁচ টাকা ও দশ টাকা বোঝালে, নিচের প্রতীকগুলো দ্বারা কত টাকা বোঝায় নির্ণয় কর :

(i) $3x + 5y + 4z$ (ii) $4x + 9y + z$ (iii) $x + y + 5z$.

(iv) $9x + 8y + 7z$ (v) $10x + 2y + z$.

8. সঠিক উত্তরটি লিখ :

(i) $2a + 5a$ এর সাংখ্য সহগ কোনটি ?

(ক) $10a$ (খ) 10 (গ) $7a$ (ঘ) 7.

(ii) $(m + n)a$ এর মান কোনটি ?

(ক) mna (খ) $ma + na$ (গ) $m + a$ (ঘ) mn.

(iii) $x + y + z + x + z$ এর মান কোনটি ?

(ক) $2(x + y + z)$ (খ) $2x + 2y + z$

(গ) $2x + y + 2z$ (ঘ) $x + 2y + z$.

1.4. সূচক

মৌলিক উৎপাদক বের করে আমরা পাই,

$4 = 2 \times 2 = 2^2$

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4.$

লক্ষ করি : 4 এর মধ্যে 2 উৎপাদকটি 2 বার আছে সেজন্য $4 = 2^2$ লেখা হয়েছে। 8, 16 এর মধ্যে 2 উৎপাদকটি যথাক্রমে 3 বার ও 4 বার আছে।

এজন্য $8 = 2^3$, $16 = 2^4$ লেখা হয়।

সাধারণভাবে, $a \times a \times a \times a \times a = a^5$. এখানে a^5 কে a এর 5 তম **শক্তি** বা **ঘাত** এবং শক্তি-প্রকাশক 5 কে a এর **শক্তি** বা **ঘাতের সূচক** বলা হয়।

এ নিয়মে বীজগণিতীয় রাশির ক্ষেত্রে,

$a \times a = a^2$ [এটিকে a এর বর্গ পড়া হয়।]

$a \times a \times a = a^3$ [এটিকে a এর ঘন পড়া হয়।]

$a \times a \times a \times a \times a = a^5$ [এটিকে a এর 5 শক্তি বা ঘাত পড়া হয়।]।

উদাহরণ 11. সরল কর :

(i) $a \times a^2$ (ii) $a^2 \times a^3$ (iii) $a^3 \times a^4$.

সামাধান : (i) $a \times a^2 = a \times a \times a = a^3$.

(ii) $a^2 \times a^3 = (a \times a) \times (a \times a \times a)$

$= a \times a \times a \times a \times a = a^5$.

(iii) $a^3 \times a^4 = (a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a)$

$= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^7$.

লক্ষ করি : $a \times a^2 = a^1 \times a^2 = a^3 = a^{1+2}$

$a^2 \times a^3 = a^5 = a^{2+3}$

$a^3 \times a^4 = a^7 = a^{3+4}$.

তাহলে, দেখা যাচ্ছে সাধারণভাবে নিচের নিয়মটি পাওয়া যেতে পারে,

$a^m \times a^n = a^{m+n}$. এখানে m, n যে-কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা।

এটিকে সূচকের গুণবিধি বলা হয়।

উদাহরণ : (i) $a^5 \times a^6 = a^{5+6} = a^{11}$

(ii) $a^8 \times a^9 = a^{8+9} = a^{17}$

(iii) $a^7 \times a^9 = a^{7+9} = a^{16}$.

$a = a^1$, $x = x^1$ ইত্যাদি
কোনো সংখ্যার ঘাত বা শক্তি 1 হলে, সংখ্যাটির সূচক 1 লেখা হয় না।

উদাহরণ 12. $a = 2$ হলে, $2a^3 - 3a^2$ এর মান কত ?

সমাধান : $2a^3 = 2 \times 2^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

$3a^2 = 3 \times 2^2 = 3 \times 2 \times 2 = 12$

$\therefore\ 2a^3 - 3a^2 = 16 - 12 = 4$.

প্রশ্নমালা 1.3

1. সরল কর :

(i) $a^2 \times a^5$ (ii) $a^7 \times a^3$ (iii) $x^4 \times x^5$

(iv) $a^8 \times a^5$ (v) $y^9 \times y$.

2. সরল কর : (i) $a \times a \times a \times b \times c \times b \times c \times a$

(ii) $2x \times 3y \times 4q \times y \times x$

(iii) $a \times 2b \times 3a \times 4b \times b$

(iv) $3a \times 4b \times 5c \times 4a \times 5b \times a$.

3. $a = 1, b = 2, c = 3$ হলে, নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

(i) $a^2 + b^2$ (ii) $a^2 + 2ab$ (iii) $b^3 + c^3$

(iv) $b^2 + c^2 - a^2$ (v) $b^2 + 2ab - c$

(vi) $a^2 + b^2 + c^2$.

4. $a = 2, b = 5, c = 1$ হলে, দেখাও যে,

(i) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(ii) $(b + c)^2 = b^2 + 2bc + c^2$

(iii) $(a + c)^2 = a^2 + 2ac + c^2$

(iv) $(a + b)(b - a) = b^2 - a^2$

(v) $(a + c)(a - c) = a^2 - c^2$.

5. সঠিক উত্তরটি লিখ :

(i) $a^5 \times a^3$ এর মান কোনটি ?

(ক) a^{15} (খ) 8 (গ) a^8 (ঘ) 15.

(ii) $a^5 \times a^3$ এ a এর সূচক কোনটি ?

(ক) a^{15} (খ) a^8 (গ) 8 (ঘ) 15.

(iii) $7a^4 \times a^2$ এ a এর সূচক কোনটি ?

(ক) 7 (খ) a^6 (গ) 8 (ঘ) 6.

1.5 চিহ্নযুক্ত সংখ্যা

আয়, ব্যয়	লাভ,ক্ষতি	হ্রাস, বৃদ্ধি

এগুলো আমাদের পরিচিত শব্দ। জোড়ার প্রথমটি দ্বিতীয়টির বিপরীত।

আয়, লাভ, বৃদ্ধি বলতে পরিমাণে বাড়ে।

ব্যয়, ক্ষতি,হ্রাস বলতে পরিমাণে কমে।

5 টাকা আয়কে $+5$ টাকা চিহ্নিত করলে 7 টাকা ব্যয়কে -7 টাকা দ্বারা চিহ্নিত করা যায়। ঠিক এমনিভাবে $+5$ টাকা দ্বারা 5 টাকা লাভ বোঝালে -4 টাকা দ্বারা 4 টাকা ক্ষতি বোঝানো যায়। তদ্রুপ, -5^{O} দ্বারা তাপের 5^{O} হ্রাস বোঝালে $+3^{O}$ দ্বারা তাপের 3^{O} বৃদ্ধি বোঝাবে।

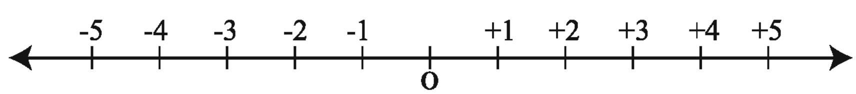
উপরের আলোচনা থেকে **লক্ষ করি :** একই জাতীয় কিন্তু বিপরীতমুখী দুইটি রাশির পার্থক্য বোঝাতে একটিকে $(+)$ চিহ্নযুক্ত ধরলে অপরটি $(-)$ চিহ্নযুক্ত হবে।

> $(+)$ চিহ্নযুক্ত রাশিকে **ধনাত্মক রাশি** বা **ধন রাশি** বলে এবং $(-)$ চিহ্নযুক্ত রাশিকে **ঋণাত্মক রাশি** বা **ঋণ রাশি** বলে। এজন্য $(+)$ ও $(-)$ চিহ্নদ্বয়কে যথাক্রমে **ধনাত্মক চিহ্ন** ও **ঋণাত্মক চিহ্ন** বলে।

ঋণাত্মক সংখ্যার বীজগণিতীয় সংজ্ঞা

যদি a ও b সংখ্যা দুইটির যোগফল 0 হয়, তাহলে একটিকে অপরটির ঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়। যেমন, যদি a কে আমরা $(+2)$ ধরি, তাহলে b এর মান 2 এর ঋণাত্মক অর্থাৎ (-2) এর সমান হবে।

1.6 সংখ্যা রেখা



একটি সরলরেখা অঙ্কন করে তার উপরে একটি বিন্দু O নেওয়া হল। তাহলে, O বিন্দুটি সরল রেখাটিকে দুইটি অংশে বিভক্ত করবে। একটি অংশ ডানদিকে ও অপর অংশটি বামদিকে সীমাহীনভাবে বিস্তৃত। **সাধারণত ডানদিককে ধনাত্মক ও বামদিককে ঋণাত্মক ধরা হয়।**

এখন একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে একক ধরে O বিন্দু থেকে শুরু করে ডানদিকে ও বামদিকে পর পর সমান অংশ কেটে নেওয়া হল। ডানদিকের প্রথম বিভাজন বিন্দুটি O থেকে 1 একক দূরত্বে অবস্থিত। এ বিন্দুটিকে $+1$ সংখ্যার নির্দেশক বিন্দু ধরতে পারি। এভাবে ডানদিকের দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ, পঞ্চম ইত্যাদি বিভাজন বিন্দুগুলো যথাক্রমে $+2$, $+3$, $+4$, $+5$ সংখ্যাগুলো নির্দেশ করবে। যেহেতু সরলরেখাটি ডানদিকে সীমাহীনভাবে বিস্তৃত, সুতরাং $+1$, $+2$, $+3$, $+4$, $+5$... ... ...সব সংখ্যা-নির্দেশক বিন্দুগুলো O বিন্দুর ডানদিকের অংশের উপরে অবস্থিত হবে।

এসব সংখ্যা ধনাত্মক দিকে অবস্থিত হওয়ায় এদেরকে **ধনাত্মক সংখ্যা** বলা হয়।

আবার O বিন্দুর বামদিকের প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ, পঞ্চম ইত্যাদি বিভাজন বিন্দুগুলো যথাক্রমে $-1,\ -2, -3, -4, -5$ ইত্যাদি সংখ্যাগুলো নির্দেশ করবে। যেহেতু বামদিকের অংশটিও সীমাহীনভাবে বিস্তৃত, সুতরাং $-1, -2, -3, -4, -5 \ldots \ldots \ldots$ সব সংখ্যা নির্দেশক বিন্দুগুলো এ বিন্দুর বামদিকের অংশের উপর অবস্থিত হবে। এসব সংখ্যা ঋণাত্মক দিকে অবস্থিত হওয়ায় এদেরকে ঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

O বিন্দু ধনাত্মক বা ঋণাত্মক কোনো দিকই নির্দেশ করে না। এ বিন্দু দ্বারা O (শূন্য) বোঝায়।

লক্ষ করি : ধনাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রে স্বাভাবিক সংখ্যা (+) চিহ্নযুক্ত এবং ঋণাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রে তা (–) চিহ্নযুক্ত। যেমন, $+5$ ও -5। এ ধরনের সংখ্যাদ্বয়কে পরস্পর যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা বলে।

সাধারণভাবে, $+a$ ও $-a$ পরস্পর যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা।

1.7 পরমমান

$+a$ এবং $-a$ উভয়ের পরমমান a। a এবং $-a$ এর পরমমানকে যথাক্রমে $|a|$ ও $|-a|$ প্রতীক দ্বারা লেখা হয়। যেমন, $|+5| = 5, |-5| = 5$.

ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যে-কোনো রাশির ধনাত্মক মানটিকে পরমমান বলে।

উদাহরণ 13. নিচের রাশিগুলোর পরমমান নির্ণয় কর :

(i) $+9$ (ii) $-b$ (iii) -17 (iv) $-c$.

সমাধান : (i) $+9$ এর পরমমান $= |+9| = 9$ (ii) $-b$ এর পরমমান $= |-b| = b$

(iii) -17 এর পরমমান $= |-17| = 17$ (iv) $-c$ এর পরমমান $= |-c| = c$.

প্রশ্নমালা 1.4

1. নিচের রাশিগুলো সংখ্যা রেখায় দেখাও :

(i) – 2, 5 ; (ii) 3, – 2; (iii) 0, – 5.

2. নিচের রাশিগুলোর পরমমান নির্ণয় কর :

(i) – 7 (ii) 15 (iii) – 11 (iv) – 25^{o} (v) 21.

3. সঠিক উত্তরটি লিখ :

(i) + a এর যোগাত্মক বিপরীত রাশি কোনটি ?

(ক) a (খ) – a (গ) 0 (ঘ) 1.

(ii) 6 এর সঙ্গে – 6 যোগ করলে কত হয় ?

(ক) 0 (খ) 12 (গ) – 12 (ঘ) 1.

(iii) (– 3) এর যোগাত্মক বিপরীত মান কোনটি ?

(ক) – 3 (খ) 3 (গ) 0 (ঘ) –1

1.8. চিহ্নযুক্ত সংখ্যার যোগ

সংখ্যা রেখার সাহায্যে মান নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ 15. সংখ্যা রেখার সাহায্যে মান নির্ণয় কর :

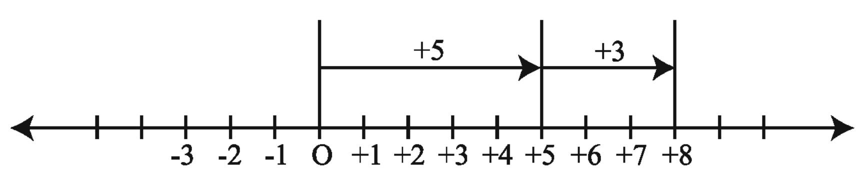
(i) (+ 5) + (+3)

(ii) (+ 8) + (– 5)

(iii) (– 6) + (+ 2)

(iv) (– 3) + (– 2).

সমাধান : (i)

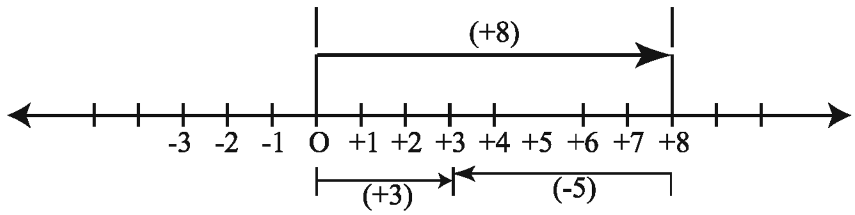


O বিন্দু থেকে ধনাত্মক দিকে 5 একক গেলে + 5 বিন্দুটি পাওয়া যাবে। এরপর আরও 3 একক একই দিকে যাবার পর যে বিন্দুটি পাওয়া যায় তা হল + 8.

∴ নির্ণেয় মান + 8 ।

দুইটি ধনাত্মক রাশির পরমমান যোগ করে ঐ যোগফলের আগে (+) চিহ্ন দিলে রাশিদ্বয়ের যোগফল পাওয়া যাবে। রেখাব্যতীত, (+ 5) + (+ 3) = + (5 + 3) = (+ 8). সাধারণভাবে, (+ a) + (+ b) = + (a + b).

(ii)

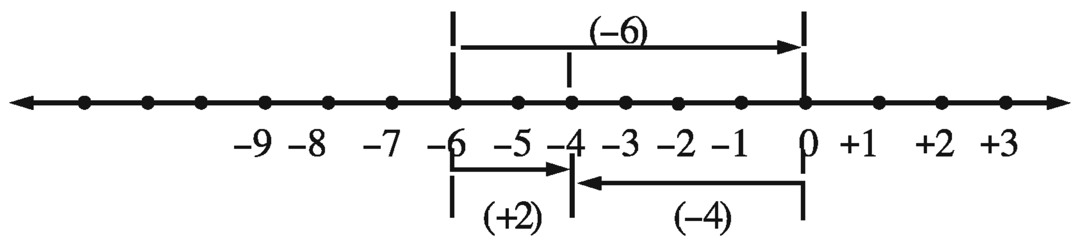


এখানে O বিন্দু থেকে ধনাত্মক দিকে 8 একক গেলে +8 সংখ্যাটি পাবে। এর সঙ্গে (–5) যোগ করার অর্থ হল ঐ বিন্দু অর্থাৎ 8 থেকে ঋণাত্মক দিকে অর্থাৎ বাম দিকে 5 একক আসতে হবে। পিছিয়ে আসলে যে বিন্দুটি পাওয়া যায় তা হল +3.

∴ নির্ণেয় মান +3.

> রেখাব্যতীত $(+8)+(-5)=+(8-5)=(+3)$
> সাধারণভাবে, $(+a)+(-b)=+(a-b)$, যেখানে $a>b$
> একটি ধনাত্মক রাশি ও একটি ঋণাত্মক রাশির মধ্যে যদি ধনাত্মক রাশির পরমমান বড় হয়, তাহলে রাশিদ্বয়ের যোগফল রাশিদ্বয়ের পরমমানের অন্তরের সমান এবং (+) চিহ্নযুক্ত হবে।

(iii)



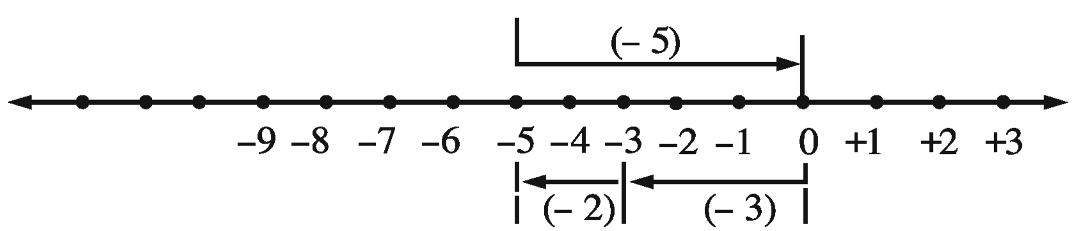
এক্ষেত্রে O বিন্দু থেকে বাম দিকে 6 স্থান গিয়ে ডান দিকে 2 স্থান আসতে হবে। তখন যে বিন্দুটি পাওয়া যায় তা হল (-4).

তাহলে, $(-6)+(+2)=(-4)$

সাধারণভাবে, $(-a)+(+b)=-(a-b)$ যেখানে $a>b$.

> একটি ধনাত্মক রাশি ও একটি ঋণাত্মক রাশির মধ্যে যদি ঋণাত্মক রাশির পরমমান বড় হয়, তাহলে রাশিদ্বয়ের যোগফল রাশিদ্বয়ের পরমমানের অন্তরের সমান এবং (–) চিহ্নযুক্ত হবে।

(iv)



এখানে O বিন্দু থেকে বাম দিকে 3 স্থান যেতে হবে। তারপর বাম দিকে আরও 2 স্থান অগ্রসর হতে হবে। তখন যে বিন্দুটি পাওয়া যায়, তাহল (–5). ∴ নির্ণেয় মান –5.

দুইটি ঋণাত্মক রাশি যোগ করলে যোগফল রাশিদ্বয়ের পরমমান যোগফলের সমান ও $(-)$ চিহ্নযুক্ত হবে। রেখাব্যতীত $(-3)+(-2)=(-5)$. সাধারণভাবে, $(-a)+(-b)=-(a+b)$.

1.9 চিহ্নযুক্ত সংখ্যার বিয়োগ

পাটিগণিতে বৃহত্তর সংখ্যা থেকে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বিয়োগ করা যায়।

যেমন, 8 থেকে 5 বিয়োগ করলে আমরা পাই, $8-5=3$.

চিহ্নযুক্ত করে আমরা লিখতে পারি, $8-5=(+8)+(-5)=(+3)$.

সংখ্যা রেখার সাহায্যে যোগ করা যায়

সুতরাং $(+8)-(+5)=(+8)+(-5)=+(8-5)=+3$.

উদাহরণ 16. (i) $(+4)-(+5)=$ কত ?

(ii) $(+4)-(-3)=$ কত ?

(iii) $(-2)-(+5)=$ কত ?

(iv) $(-3)-(-2)=$ কত?

(v) $(+0)-(-4)=$ কত ?

সমাধান : (i) এখানে $(+4)$ এর সঙ্গে $(+5)$ এর বিপরীত সংখ্যা (-5) যোগ করতে হবে।

$\therefore\ (+4)-(+5)=(+4)+(-5)=-(5-4)=-1$.

সাধারণভাবে, $(+a)-(+b)=(+a)+(-b)$

$=-(b-a)$, যেখানে $b>a$.

একটি রাশি থেকে অপর একটি রাশি বিয়োগ করার অর্থ হল, প্রথম রাশির সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির যোগাত্মক বিপরীত রাশি যোগ করা।

(ii) $(+4)-(-3)=(+4)+(+3)=+(4+3)=7$

(iii) $(-2)-(+5)=(-2)+(-5)=-(2+5)=-7$

(iv) $(-3)-(-2)=(-3)+(+2)=-(3-2)=-1$

(v) $(+0)-(-4)=0+(+4)=+(0+4)=4$

সাধারণভাবে, $-(-a)=0+(+a)=a$, বা $-(-a)=a$.

প্রশ্নমালা 1.5

1. সংখ্যা রেখার সাহায্যে যোগ কর :

(i) $(-a)+(+5)$ (ii) $(-4)+(-5)$ (iii) $(-3)+(+7)$

(iv) $(-5)+(+5)$ (v) $(-9)+(-3)$ (vi) $(-7)+(+5)$

(vii) $(-7)+(-5)$ (viii) $(-5)+(-4)$.

2. বিয়োগ কর :

(i) $(+6) - (+14)$

(ii) $(+3) - (-4)$

(iii) $(-9) - (+3)$

(iv) $(+7) - (-7)$

(v) $(-4) - (-12)$

(vi) $(-4) - (-14)$.

1.10 রাশিমালা

$a + b$, $a - b$, $3a + b$, এ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি। সংক্ষেপে তিনটি রাশি। এরা বীজগণিতীয় সংখ্যা এবং চিহ্নসমূহের অর্থবোধক সংযোগ। প্রথম ও তৃতীয়টিতে রাশির অংশগুলো (+) চিহ্নে এবং দ্বিতীয়টিতে (–) চিহ্নে সংযোজিত হয়েছে।

প্রথমটিতে a ও b, প্রত্যেকটি এক একটি পদ;

দ্বিতীয়টিতে a ও b, প্রত্যেকটি এক একটি পদ;

তৃতীয়টিতে $3a$ ও b, প্রত্যেকটি এক একটি পদ।

বীজগণিতীয় সংখ্যা এবং ক্রিয়াসূচক চিহ্নগুলোর অর্থবোধক সংযোগকে **বীজগণিতীয় রাশিমালা** বা সংক্ষেপে **রাশি** বলে।

রাশিমালার যে যে অংশ (+) অথবা (–) চিহ্ন দ্বারা যুক্ত থাকে, তার প্রত্যেকটিকে ঐ রাশিমালার পদ বলে।

উদাহরণ 17. (i) $3a$, $6ab$ এর প্রত্যেকটিতে একটি পদ আছে। এরা **একপদী** রাশি।

(ii) $2x+3y$ রাশিতে $2x$ ও $3y$ এর প্রত্যেকে একটি পদ। অর্থাৎ প্রদত্ত রাশিতে দুইটি পদ আছে। এ রাশি **দ্বিপদী** রাশি।

(iii) $2x+3y+5z$ রাশিতে তিনটি পদ আছে। এ রাশি **ত্রিপদী রাশি**। সাধারণভাবে এ রাশি **বহুপদী রাশি**।

(iv) $5a + 6b + 7c + 8d$ রাশিতে চারটি পদ আছে। এ রাশিও বহুপদী রাশি।

তিন বা তিনের বেশি পদ বিশিষ্ট রাশিকে বহুপদী রাশি বলা হয়।

উদাহরণ 18. $a = 2, b = 3, c = 5$ এবং $d = 7$ হলে, নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

(ক) $2ab$ (খ) $a + b$ (গ) $d - 5$ (ঘ) ab (ঙ) $a + 2b - c$ (চ) $5a+3b-c$.

সমাধান :

(ক) $2ab = 2 \times 2 \times 3 = 12$ (খ) $a + b = 2 + 3 = 5$

(গ) $d - 5 = 7 - 5 = 2$ (ঘ) $ab = 2 \times 3 = 6$

(ঙ) $a + 2b - c = 2 + 2 \times 3 - 5 = 2 + 6 - 5 = 3$

(চ) $5a + 3b - c = 5 \times 2 + 3 \times 3 - 5 = 10 + 9 - 5 = 14$.

প্রশ্নমালা 1.6

$a = 3, b = 5, c = 2, d = 6$ হলে, নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর : (প্রশ্ন 1 - 8)

1. $a + 2b$. **2.** $3b - 2c$. **3.** $\frac{d}{a}$.

4. $a + 2b + 3c + 4d$. **5.** $5a + 3b + 8c - 3ab$.

6. $2(a + b) - 3(b + c) + 4(c + d)$.

7. $ab + bc + cd + abc - bcd$.

8. $abcd - cd$.

9. সঠিক উত্তরটি লিখ :

(i) $a = 2$ এবং $d = 3$ হলে, ad এর মান কোনটি?

(ক) 23 (খ) $2+3 = 5$

(গ) 6 (ঘ) 32.

(ii) $x = 6$ এবং $y = 2$ হলে, $2x - y$ এর মান কোনটি?

(ক) $26 - 2 = 24$ (খ) 10

(গ) 8 (ঘ) 2.

(iii) $a = 6, b = 4$ এবং $c = 8$ হলে, $\frac{ab}{c}$ এর মান কোনটি?

(ক) 12 (খ) 3

(গ) $\frac{16}{3}$ (ঘ) $\frac{1}{12}$.

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। $x^3 \times x^2 =$ কত ?

ক. x^6 খ. x^5

গ. x^1 ঘ. x^0

২। a এর 3 গুণ এবং x এর 5 গুণের বিয়োগফল নিচের কোনটি ?

ক. $3a - 5x$ খ. $5x - 3a$

গ. $5a - 3x$ ঘ. $3x - 5a$

৩। (-4) এর যোগাত্মক বিপরীত রাশি নিচের কোনটি ?

ক. -4 খ. -1

গ. 1 ঘ. 4

৪। 8abc রাশিটিতে b এর সহগ কত ?

ক. 8 খ. 8 b

গ. 8 ac ঘ. 8 a

৫। $(+5)$ এর সাথে (-5) এর যোগাত্মক বিপরীত রাশির যোগফল কত ?

ক. -10 খ. 0

গ. 1 ঘ. 10

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৬ - ৮ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

7b, 2a এবং 4b তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

৬। রাশি তিনটির সাংখ্য সহগের যোগফল কত ?

ক. 9 খ. 11

গ. 13 ঘ. 14

৭। প্রথম দুইটি রাশির যোগফলের সাথে তৃতীয় রাশির বিয়োগফল কত ?

ক. $3a + 3b$ খ. $2a + 3b$

গ. $3a + 2b$ ঘ. $2a + 5b$

৮। রাশি তিনটির গুণফল নিচের কোনটি ?

ক. $28\,a^2b$ খ. $28\,ab^2$

গ. $56\,a^2b$ ঘ. $56\,ab^2$

৯। i. 11x হল, x এবং 11 এর সমষ্টি

ii. কোনো সংখ্যার ঘাত বা শক্তি 1 হলে, সংখ্যাটির সূচক 1 লেখা হয় না

iii. 0 বিন্দু ধনাত্মক বা ঋণাত্মক কোনো দিকই নির্দেশ করে না

ওপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. ii ও iii

গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। $a + b$, $a - b$ এবং $3a + b$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. $3a + b$ রাশিটিতে b এর সাংখ্য সহগ কত ?

খ. রাশি তিনটির যোগফল নির্ণয় কর।

গ. $a = 2$ এবং $b = 1$ হলে, $3(a + b) - 2(a - b) + 4(3a + b)$ এর মান নির্ণয় কর।

২। $(-6) + (+3)$ একটি রাশি :

ক. $+3$ এর পরমমান কত ?

খ. -6 এর সাথে $+3$ এর যোগাত্মক বিপরীত রাশির যোগফল নির্ণয় কর।

গ. ওপরোক্ত রাশিটিকে সংখ্যা রেখার সাহায্যে যোগ কর।

৩। $2(a + b) - 3(b + c) + 4(c + a)$ একটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. $(c + a)$ এর সহগ কত?

খ. $2(a + b)$ এবং $3(b + c)$ এর অর্থ লেখ।

গ. ওপরোক্ত রাশিটির সরল কর।

৪। $(a + b)^3$ এবং $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি ।

ক. দ্বিতীয় রাশিটির ক্ষেত্রে a এর সর্বোচ্চ ঘাত কত ?

খ. $a = 1$ এবং $b = 2$ হলে, প্রথম রাশিটির মান নির্ণয় কর।

গ. যদি $a = 2$ এবং $b = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, ওপরোক্ত রাশি দুইটির মান একই।

দ্বিতীয় অধ্যায়

বীজগণিতীয় রাশিমালার যোগ ও বিয়োগ

2.1 বীজগণিতীয় রাশিমালা

প্রথম অধ্যায়ে বীজগণিতীয় রাশি সম্পর্কে প্রাথমিক আলোচনা করা হয়েছে। আমরা জানি, এক বা একাধিক আক্ষরিক প্রতীক বা রাশি যদি $+$, $-$, $\times$, $\div$ ক্রিয়াসূচক চিহ্ন দ্বারা যুক্ত থাকে, তবে এরূপ বিন্যাসকে বীজগণিতীয় রাশি বলা হয়।

রাশির যে যে অংশগুলো যোগ ও বিয়োগ চিহ্ন দ্বারা যুক্ত থাকে, ঐ অংশগুলোর প্রত্যেকটিকে রাশির পদ বলে। যেমন, $5abc - 2xy + 3fgh + a$ একটি বীজগণিতীয় রাশি। এ রাশিতে $5abc$, $2xy$, $3fgh$ এবং a, এ 4 টি পদ আছে।

উদাহরণ 1. $a = 2, b = -1, c = 1, d = -2$ হলে,
$a - (-b) - c + (-d)$ এর মান কত?

সমাধান : $-b = -(-1) = 1, -d = -(-2) = 2$

$\therefore$ $a - (-b) - c + (-d)$
$= 2 - 1 - 1 + 2$
$= 4 - 2 = 2.$

উদাহরণ 2. $a = -1, b = -2, c = -3$ হলে,
$-a - (-b) - (-c)$ এর মান কত?

সমাধান : $-a = -(-1) = 1, -b = -(-2) = 2,$
$-c = -(-3) = 3$

$\therefore$ $-a - (-b) - (-c)$
$= 1 - 2 - 3 = 1 - 5 = 1 + (-5) = -4.$

প্রশ্নমালা 2.1

$a = 2, b = -3, c = -5, d = -6$ হলে, নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর : (1 – 8)

1. $a - b + c - d.$

2. $-a + b - c - d.$

3. $-(-a) + b - c - d.$

4. $-(-a) - (-b) - c - d.$

5. $-(-a)-(-b)-(-c)-d.$

6. $-(-b)-(-d)+a+c.$

7. $(-d)+b-(-c)-a.$

8. $(-a)+(-b)+(-c)+(-d).$

2.2. সদৃশ পদ

এক বা একাধিক রাশির অন্তর্ভূক্ত যেসব পদের একমাত্র পার্থক্য রয়েছে সংখ্যা-সহগে তাদের সদৃশ পদ বলা হয়। যেমন,

সদৃশ পদ : (i) $3a, 5a$ (ii) $3a^2, 7a^2$ (iii) $7x^2ab, -x^2ab$ (iv) $5abx, 7bax$.

অসদৃশ পদ : (i) $5xy^2, 5x^2y$ (ii) $6abx, 6aby$.

মন্তব্য : একাধিক পদের বীজগণিতীয় প্রতীকগুলো একই হলে এবং তাদের সংখ্যা-সহগ সমান হলেও তাদের সদৃশ পদ বলে। যেমন, $5a^2x$ এবং $5xa^2$ সদৃশ পদ।

2.3. বীজগণিতীয় রাশিমালা যোগ

> দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় রাশি যোগ করতে হলে, তাদের সদৃশ পদের সহগগুলো চিহ্নযুক্ত সংখ্যার নিয়মে যোগ করতে হয়। এরপর প্রাপ্ত সহগের ডান পাশে প্রতীকগুলো বসাতে হয়। অসদৃশ পদগুলো তাদের চিহ্নসহ যোগফলে বসাতে হয়।

উদাহরণ 3. যোগ কর : $3a-4b+c^2, 6b-2a-3c^2$

সমাধান : প্রথমে সদৃশ পদগুলোকে তাদের চিহ্নসহ নিচে নিচে লিখে আমরা পাই,

$$\begin{array}{r} 3a-4b+c^2 \\ -2a+6b-3c^2 \\ \hline a+2b-2c^2 \end{array}$$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগ $= a+2b-2c^2.$

উদাহরণ **4.** যোগ কর :

$4a+3b-5c, 4b-3a+4c, -3b+5c+3a,$
$-5a-c.$

সমাধান : সদৃশ পদগুলোকে নিচে নিচে সাজিয়ে আমরা পাই,

$$\begin{array}{rrr} 4a & +3b & -5c \\ -3a & +4b & +4c \\ 3a & -3b & +5c \\ -5a & & -c \\ \hline -a & +4b & +3c \end{array}$$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগ $= -a+4b+3c.$

প্রশ্নমালা 2.2

যোগ কর :

1. $2a + b, 3a + b, 5a + 4b.$

2. $x + 5y, 7y + 3x, 9x + 3y.$

3. $4m + 8n, 5n + 2m, 12m + 9n.$

4. $3a + 4b + 2c, 3b - c + 2a, 6a + 2b + c.$

5. $7x + 8y + 3z, 3x - 5y + 7z, 9x + y + z.$

6. $3p + 7q + 4r, q + 4r, 8p + 2q + 5r.$

7. $- x + y + z, - y + x + z, - z + y + x.$

8. $7a - 5b + 7c, 2a - 3c + 7b, 8a + 2b - 3c.$

9. $3g + 2f - 6h, - 5f + 4g + 3h, 8f - 6g + 4h.$

10. $- 5x^2 - 2xy - 5y^2, 8y^2 - 15x^2 + 7xy, 5xy - 6x^2 + 5y^2.$

11. $5ax + 2by - 15cz, - 11by - 6ax - 8cz, 3ax + 8by - 6cz.$

2.4. বীজগণিতীয় রাশিমালার বিয়োগ

বিয়োগের জন্য বিয়োজ্য রাশির প্রতিটি পদের চিহ্ন বদলিয়ে প্রাপ্ত রাশিকে প্রথম রাশির সাথে যোগ করতে হয়।

উদাহরণ 5. $4a + 3b - 4c$ থেকে $2a - 4b - 5c$ বিয়োগ কর।

সমাধান : বিয়োজ্যের প্রত্যেক পদের চিহ্ন বদলিয়ে পাই,

$$- 2a + 4b + 5c$$

প্রথম রাশির সাথে রূপান্তরিত বিয়োজ্য যোগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 4a + 3b - 4c \\ - 2a + 4b + 5c \\ \hline 2a + 7b + c \end{array}$$

$\therefore$ নির্ণেয় বিয়োগ $= 2a + 7b + c.$

উদাহরণ 6. $5a^2 - 4ab - 4b^2$ থেকে $- 6a^2 - 2ab + 5b^2$ বিয়োগ কর।

সমাধান : বিয়োজ্যের প্রত্যেক পদের চিহ্ন বদলিয়ে আমরা পাই,

$$6a^2 + 2ab - 5b^2$$

এখন প্রথম রাশির সাথে রুপান্তরিত বিয়োজ্য যোগ করে পাই,

$$\begin{array}{r} 5a^2 - 4ab - 4b^2 \\ 6a^2 + 2ab - 5b^2 \\ \hline 11a^2 - 2ab - 9b^2 \end{array}$$

$\therefore$ নির্ণেয় বিয়োগ $=11a^2 - 2ab - 9b^2$.

বিয়োগের সংক্ষিপ্ত প্রণালী :

$$\begin{array}{r} 5a^2 - 4ab - 4b^2 \\ -\ 6a^2 - 2ab + 5b^2 \\ (+) \quad (+) \quad\ (-) \\ \hline 11a^2 - 2ab - 9b^2 \end{array}$$

নিয়ম : যে পদগুলো বিয়োগ করতে হবে, নিচে নিচে সেগুলোর চিহ্ন পরিবর্তন করে সদৃশ পদগুলোর সাথে যোগ করতে হয়।

প্রশ্নমালা 2.3

প্রথম রাশি থেকে দ্বিতীয় রাশি বিয়োগ কর :

1. $3a + 5,\ 3a + 2$. **2.** $6a + 6b,\ 3a + 4b$.

3. $6a + 2x,\ 3a + 4x$.

4. $4p - q,\ 2p + 4q$. **5.** $-7x - 3y,\ 4x - 6y$.

6. $-3m - 4n,\ -4m - 6n$.

7. $3a - 4b + 6c,\ -4b + 3a - 4c$.

8. $a + b - c,\ -a + b - c$.

9. $4a^2 - 6b^2 + 3c^2,\ 4a^2 - 7b^2 + 2c^2$.

10. $a^2 + b^2 + c^2,\ -a^2 + b^2 - c^2$.

11. $4a + 4ab + 5,\ a^2 - ab + 2$.

12. $p^2 + q^2,\ p^2 - q^2$.

বিয়োগ কর :

13. $4ax + 3by + 4cz$ থেকে $4by + 6ax + 9cz$.

14. $6x^2 + 9x + 15$ থেকে $3x + 9 + 7x^2$.

15. $5x^2 - 4x^2y + 5xy^2$ থেকে $-3xy^2 - 4x^2y + 5x^2$.

সরল কর : (16-17)

16. $(7x^2 + 2xy - 9y^2) - (6x^2 + 5xy - 3y^2)$

17. $(x^2 + 3xy^2 + 3x^2y + y^2) - (-2x^2 + 4x^2y - 3xy^2 + 2y^2)$.

18. $ab - 3a^2 - 5b^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $4a^2 + 5b^2 - 3ab$ হবে ?

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। নিচের কোনটি সদৃশ পদ নির্দেশ করে ?

ক. $(3x^2, -7x^2)$ খ. $(-7x^2y, 8xy^2)$

গ. $(-3xy, 7x^2y)$ ঘ. $(3x, -7xy)$

২। একটি গরু ও একটি ছাগলের মূল্য যথাক্রমে x এবং y হলে, নিচের কোনটি 5টি গরু এবং 6টি ছাগলের মোট মূল্য প্রকাশ করে ?

ক. $6a + 5y$ খ. $5x + 6y$

গ. $5x - 6y$ ঘ. $6x + 5y$

৩। নিচের বাক্যগুলো লক্ষ কর :

i. $a = 2$ এবং $b = 0$ হলে, $4a - 6b = 8$ হবে

ii. $7xa^2$ এবং $-5a^2x$ পদগুলো সদৃশ

iii. $5x^2 - 2xy + 3y^2 + 4$ একটি বীজগাণিতিক রাশি

ওপরের বাক্যগুলোর আলোকে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. i ও iii

গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

নিচের বীজগাণিতিক রাশিগুলো লক্ষ কর :

i. $-x^2 + y^2 + z^2$

ii. $y^2 + x^2 - z^2$

ওপরের তথ্যের ভিত্তিতে ৪ - ৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪। i এবং ii এর যোগফল নিচের কোনটি ?

ক. $-2y^2$ খ. $2x^2$

গ. $2y^2$ ঘ. $-2x^2$

৫। i এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল ii এর সমান হবে ?

ক. $2x^2 - 2z^2$ খ. $-2x^2+2z^2$

গ. $2x^2 + 2z^2$ ঘ. $-2x^2-2z^2$

৬। $3x^2 + x^2y + 6xy^2 + 4$ রাশিটির সাংখ্য সহগগুলো ক্রমান্বয়ে সাজালে নিচের কোনটি হবে ?

ক. 3, 0, 6 খ. 3, 0, 6, 4

গ. 3, 1, 6 ঘ. 3, 1, 6, 4

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। নিচের বীজগাণিতিক রাশিগুলো লক্ষ কর :

i. $4x^2 - 5xy + 6y^2$

ii. $-4xy + 9y^2 - 6x^2$

iii. $6y^2 + xy + 3x^2$

ক. $-5x^3y^2$ এর একটি সদৃশ পদ লেখ।

খ. সদৃশ পদগুলো নিচে নিচে লিখে (i), (ii) ও (iii) রাশিগুলোর যোগফল বের কর।

গ. $x = 2$ এবং $y = -3$ হলে, (i) থেকে (ii) নম্বর রাশির বিয়োগফলের মান নির্ণয় কর।

২। নিচের বীজগণিতীয় রাশিগুলো লক্ষ কর :

i. $6a^2 - 2ab + 9b^2$

ii. $-5b^2 + 7ab + ba^2$

ক. $a = 1$ এবং $b = 0$ হলে, (i) নম্বর রাশির মান বের কর।

খ. (i) ও (ii) রাশিমালার যোগফল নির্ণয় কর।

গ. প্রথম রাশির সাথে কোন রাশি যোগ করলে যোগফল দ্বিতীয় রাশি অপেক্ষা $6b^2$ বেশি হয়।

৩। রহিম পাঁচটি গরু ও চারটি ছাগল এবং আরেফিন সাতটি গরু ও দুইটি ছাগল ক্রয় করে। একটি গরুর মূল্য x টাকা এবং একটি ছাগলের মূল্য y টাকা।

ক. রহিমের মোট খরচ বীজগণিতীয় রাশির মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. দুইজনের মোট খরচের পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. যদি $x = 5500$ টাকা এবং $y = 1200$ টাকা হয়, তবে কে বেশি টাকা খরচ করল তা নির্ণয় কর।

তৃতীয় অধ্যায়

সরল সমীকরণ ও প্রয়োগ

3.1. সমীকরণ

= চিহ্নের দ্বারা একটি রাশির সাথে অপর একটি রাশির সম্পর্ককে সমীকরণ বলা হয়।

নিচে কয়েকটি সমীকরণ লেখা হল :

(i) $2x = 8$

(ii) $x + 5 = 7$

(iii) $x + 10 = 15$

(iv) $3x + 2 = 2x+5$.

সমীকরণে কমপক্ষে একটি অজ্ঞাত বীজগণিতীয় প্রতীক থাকে। উপরের উদাহরণগুলোতে অজ্ঞাত প্রতীক হল x। অজ্ঞাত প্রতীক হিসেবে সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালার x, y, z অক্ষরগুলো ব্যবহৃত হয়।

সমীকরণের বীজ

সমীকরণ থেকে অজ্ঞাত প্রতীকের প্রাপ্ত মানকে প্রদত্ত সমীকরণের বীজ বলা হয়।

$$\underbrace{\boxed{x + 10}}_{\text{বামপক্ষ}} = \underbrace{\boxed{15}}_{\text{ডানপক্ষ}}$$

সমীকরণের (=) চিহ্নের বামপাশের রাশি হল বামপক্ষ এবং ডানপাশের রাশি হল ডানপক্ষ।

মন্তব্য : যে সমীকরণে এক ঘাতবিশিষ্ট একটি মাত্র অজ্ঞাত বীজগণিতীয় প্রতীক থাকে তাহল **সরল সমীকরণ**।

সমীকরণের সমাধান

সমীকরণের বীজ নির্ণয় করার প্রক্রিয়াকে সমীকরণের সমাধান বলা হয়।

লক্ষ করি : সমীকরণের দুই পক্ষকে তুলাদণ্ডের দুই পাল্লায় স্থাপিত সমান সমান ওজনের সাথে তুলনা করা যায়।

সমীকরণের সমাধানে নিচের সহজ সিদ্ধান্ত অর্থাৎ স্বতঃসিদ্ধগুলো ব্যবহার করতে হয় :

(i) সমান সমান রাশির সঙ্গে একই রাশি যোগ করলে, যোগফলগুলো পরস্পর সমান হবে।

(ii) সমান সমান রাশি থেকে একই রাশি বিয়োগ করলে বিয়োগফলগুলো পরস্পর সমান হবে।

(iii) সমান সমান রাশিকে একই রাশি দ্বারা গুণ করলে, গুণফলগুলো পরস্পর সমান হবে।

(iv) সমান সমান রাশিকে শূন্য ছাড়া একই রাশি দ্বারা ভাগ করলে, ভাগফলগুলো পরস্পর সমান হবে।

3.2. সরল সমীকরণের সমাধান

উদাহরণ 1. সমাধান কর : $x + 5 = 7$

সমাধান : উভয় পক্ষ থেকে 5 বিয়োগ করে আমরা পাই,

$x + 5 - 5 = 7 - 5$

$\therefore$ $x = 2$.

$\therefore$ সমীকরণটির বীজ 2.

শুদ্ধি পরীক্ষা : বামপক্ষ $= x + 5 = 2 + 5 = 7$ [x এর পরিবর্তে 2 বসিয়ে] এবং ডানপক্ষ = 7.

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ।

$\therefore$ সমীকরণটির সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

উদাহরণ 2. সমাধান কর : $4x + 3 = 15$

সমাধান : উভয় পক্ষ থেকে 3 বিয়োগ করে আমরা পাই,

$4x + 3 - 3 = 15 - 3$

বা, $4x = 12$

উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$$

$\therefore$ $x = 3.$

$\therefore$ সমীকরণটির বীজ 3.

শুদ্ধি পরীক্ষা : বামপক্ষ $= 4x + 3 = 4 \times 3 + 3 = 15$

ডানপক্ষ = 15

$\therefore$ সমীকরণটির সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

উদাহরণ 3. সমাধান কর : $3x - 2 = 16$

সমাধান : উভয় পক্ষে 2 যোগ করে আমরা পাই,

$3x - 2 + 2 = 16 + 2$

বা, $3x = 18$

$\therefore$ $x = 6.$ [উভয় পক্ষকে 3 দিয়ে ভাগ করে]

$\therefore$ সমীকরণটির বীজ 6.

শুদ্ধি পরীক্ষা : বামপক্ষ $= 3x - 2 = 3 \times 6 - 2$

$= 18 - 2 = 16$ [x এর পরিবর্তে 6 বসিয়ে]

এবং ডানপক্ষ $= 16$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ।

$\therefore$ সমীকরণটির সমাধান শুদ্ধ হয়েছে।

প্রশ্নমালা 3.1

সমাধান কর :

1. $3x = 9.$ **2.** $4x = 32.$ **3.** $x + 7 = 9.$

4. $x - 10 = 12.$ **5.** $2x + 1 = 7.$ **6.** $7x + 10 = 52.$

7. $3x - 2 = 19.$ **8.** $7x - 8 = 27.$ **9.** $5x - 14 = 46.$

10. $5x - 3x = 16.$ **11.** $5x - 2x + 3x = 12.$ **12.** $3x - x = 10.$

3.3 বাস্তব সমস্যার সমীকরণ গঠন ও সমাধান

উদাহরণ 1. সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর :
কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে 5 যোগ করলে 11 হবে ?

সমাধান : মনে করি, অজ্ঞাত সংখ্যাটি $= x$
তাহলে, x এর দ্বিগুণ $= 2 \times x = 2x$.

$\therefore$ প্রশ্ন অনুসারে, $2x + 5 = 11$

উভয় পক্ষ থেকে 5 বিয়োগ করে পাই,

$2x + 5 - 5 = 11 - 5$

বা, $2x = 6$

উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$\therefore\ x = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যা 3.

উদাহরণ 2. সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর :
তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল 18 হলে, সংখ্যা তিনটি কত ?

সমাধান : মনে করি, প্রথম সংখ্যাটি x
তাহলে, দ্বিতীয় সংখ্যা $x + 1$
এবং তৃতীয় সংখ্যা $(x + 1 + 1)$ বা, $x + 2$
প্রশ্ন অনুসারে, $x + (x + 1) + (x + 2) = 18$
বা, $3x + 3 = 18$
উভয় পক্ষ থেকে 3 বিয়োগ করে পাই,
$3x + 3 - 3 = 18 - 3$
বা, $3x = 15$
বা, $\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$ [উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore\ x = 5$
$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাগুলো $5, 5 + 1, 5 + 2$
বা, 5, 6, 7.

প্রশ্নমালা 3.2

সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর :

1. কোন সংখ্যার সাথে 10 যোগ করলে 22 হবে ?
2. কোন সংখ্যা থেকে 10 বিয়োগ করলে 22 হবে ?
3. কোন সংখ্যার 5 গুণ সমান 30 ?
4. কোন সংখ্যার 5 গুণের সাথে 5 যোগ করলে 23 হবে ?
5. কোন সংখ্যার 4 গুণ থেকে 5 বিয়োগ করলে 19 হবে ?
6. কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে এর তিনগুণ যোগ করলে 25 হবে ?
7. একটি সংখ্যার পাঁচগুণ থেকে এর দ্বিগুণ বিয়োগ করলে 39 হয়। সংখ্যাটি কত ?
8. তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 21 হলে সংখ্যাগুলো কত ?

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। x এর দ্বিগুণের সাথে 1 যোগ করলে 7 হয়। x এর সঠিক মান নিচের কোনটি ?
ক. 2　　খ. 3
গ. 4　　ঘ 5

২। সমীকরণ প্রকাশের জন্য দুইটি গাণিতিক রাশিকে কোন চিহ্নের সাহায্যে লেখা হয় ?
ক. $+$　　খ. $\div$
গ. $=$　　ঘ. $\times$

৩। $3x - 5 = 13$ হলে, x এর মান কত ?
ক. 3　　খ. 4
গ. 5　　ঘ. 6

৪। $3x = 27$ হলে, $x + 2$ এর মান নিচের কোনটি ?
ক. 9　　খ. 10
গ. 11　　ঘ. 12

৫। নিচের কোনটি দ্বারা তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা নির্দেশ করে ?
ক. 4, 5, 6　　খ. 4, 6, 8
গ. 3, 5, 7　　ঘ. 0, 2, 4

৬। একটি সংখ্যার 5 গুণের সাথে 4 বিয়োগ করলে বিয়োগফল তার তিনগুণের সমান হয়। উক্ত তথ্যের আলোকে গঠিত সমীকরণ নিচের কোনটি ?
ক. $-5x + 4 = 3x$　　খ. $5x - 4 = 3x$
গ. $3x - 4 = 5x$　　ঘ. $5x + 3x = 4$

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। রহিমের আয়ের দ্বিগুণের সাথে 110 টাকা যোগ করলে মোট 7000 টাকা হয়।
ক. ওপরের তথ্যের অজ্ঞাত রাশিটি লেখ।
খ. তথ্যগুলো সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।
গ. সন্তানের লেখাপড়া বাবদ 600 টাকা এবং বাকি টাকা সংসারের কাজে ব্যয় করেন, ব্যয়ের পরিমাণ নির্ণয় কর।

২। সেলিনাকে প্রথম দশটি স্বাভাবিক সংখ্যার ধারা দেখানো হল। এদের মধ্যে তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 27.
ক. এক অঙ্কবিশিষ্ট পাঁচটি স্বাভাবিক সংখ্যা লেখ।
খ. ওপরের তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর।
গ. তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা নির্ণয় কর।

৩। রিনা বীনার চেয়ে দুই বৎসরের বড় এবং সুমি বীনার চেয়ে তিন বৎসরের ছোট। তিনজনের বয়সের সমষ্টি 29 বৎসর।
ক. রিনার বয়স x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।
খ. ওপরের তথ্য অনুসারে একটি সমীকরণ তৈরি কর।
গ. প্রত্যেকের বয়স নির্ণয় কর।

৪। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়সের সমষ্টি 97 বছর। পিতার বয়স পুত্রের বয়সের তিনগুণ অপেক্ষা 5 বছর বেশি।
ক. ওপরের তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর।
খ. পিতার বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।
গ. পাঁচ বছর পর পিতা ও পুত্রের বয়স কত হবে, তা বের কর।

জ্যামিতি

প্রথম অধ্যায়

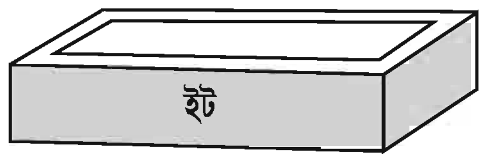
জ্যামিতির প্রাথমিক ধারণা

১.১ । জ্যামিতি

'জ্যা' অর্থ ভূমি, 'মিতি' অর্থ পরিমাপ। ভূমি বা স্থানের পরিমাণ সম্পর্কে আলোচনা থেকেই জ্যামিতির উদ্ভব। জ্যামিতি হল স্থানভিত্তিক বিজ্ঞান। মিশরের আলেকজান্দ্রিয়া বিশ্ববিদ্যালয়ের অধ্যাপক গ্রিক পণ্ডিত ইউক্লিড জ্যামিতিক পরিমাপ পদ্ধতির সংজ্ঞা ও প্রক্রিয়াসমূহ ধারাবাহিকভাবে ১৩টি খন্ডে (খ্রিস্ট পূর্ব ৩০০ অব্দে) তাঁর *Elements* পুস্তকে লিপিবদ্ধ করেন। বর্তমানে জ্যামিতির বিস্তৃতি আরও বেড়েছে।

১.২। স্থান, তল, রেখা ও বিন্দু

পাশের ছবিটি একটি ইটের ছবি। ইটটি কিছু জায়গা দখল করে আছে। এমনিভাবে প্রত্যেক বস্তুই কিছু জায়গা দখল করে থাকে। যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ (উচ্চতা) আছে, তাকে **ঘনবস্তু** বলে। যেমন, ইট, বই, ম্যাচবাক্স, কাঠ ইত্যাদি। স্থান বলতে আমরা কোনো নির্দিষ্ট আকারের বস্তু যতটুকু জায়গা দখল করে তা বুঝব।

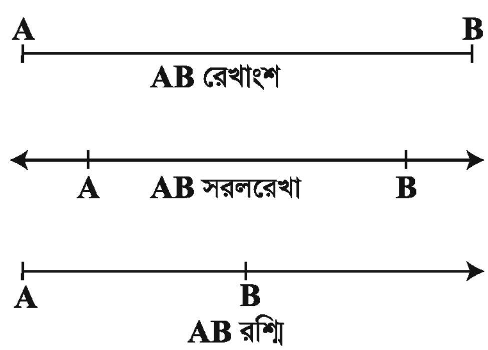


ইটটির ছয়টি পৃষ্ঠ আছে। প্রত্যেক পৃষ্ঠই এক-একটি তল নির্দেশ করে। এর একটি তল যেখানে অপর একটি তলের সাথে মিশেছে, সেখানে একটি ধার বা কিনারা উৎপন্ন হয়েছে। এই **ধার** বা **কিনারা** হচ্ছে রেখার একটি অংশের প্রতিরূপ। এরূপ তিনটি রেখা ইটের এককোনায় এসে মিশেছে। এই কোনাগুলোতে এমন ক্ষুদ্রস্থানের সৃষ্টি হয়েছে, যার শুধু অবস্থান আছে। এ ধরনের ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র বা সূক্ষ্ম স্থানই আমাদেরকে বিন্দুর ধারণা দেয়। পেন্সিলের সরু মাথা দিয়ে কাগজে ফোঁটা দিলে একে বিন্দুর প্রতিকৃতি বলে ধরা হয়।

লক্ষ করি :
* ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ আছে।
* তলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, কিন্তু বেধ নেই।
* রেখার দৈর্ঘ্য আছে, কিন্তু প্রস্থ ও বেধ নেই।
* বিন্দুর কেবল অবস্থিতি আছে, কিন্তু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নেই।

১.৩। রেখা, রেখাংশ ও রশ্মি

মনে করি, A ও B দুইটি বিন্দু। রুলারের একটি ধার এমনভাবে রাখা হল যেন A এবং B উভয় বিন্দুর উপরই পড়ে। A ও B যোগ করলে AB রেখাংশ পাওয়া যায়। A ও B হল AB রেখাংশের প্রান্ত বিন্দুদ্বয়। প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব হল AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য। AB রেখাংশকে AB প্রতীক দিয়ে লেখা হয়। AB রেখাংশকে উভয়দিকে ইচ্ছেমতো বর্ধিত করলে AB সরলরেখা বা $\overleftrightarrow{AB}$ রেখা পাওয়া যায়। AB রেখাকে $\overleftrightarrow{AB}$ প্রতীক দিয়ে বোঝানো হয়।



AB রেখা বললে আমরা বুঝব রেখাটিকে A থেকে B এর দিকে বা B থেকে A এর দিকে ইচ্ছেমতো বিস্তৃত করা যায়। একটি রেখাংশ AB কে B এর দিকে ইচ্ছেমতো বাড়িয়ে দেওয়া হলে, তাকে AB রশ্মি বলা হয়। AB রশ্মিকে AB প্রতীক দিয়ে প্রকাশ করা হয়। A বিন্দু হল AB রশ্মির প্রান্ত বিন্দু।

লক্ষ করি :

* AB রেখাংশ AB রেখার একটি অংশ।
* রেখার কোনো প্রান্তবিন্দু নেই।
* রশ্মির একটিমাত্র প্রান্তবিন্দু থাকে।
* একটি বিন্দু থেকে একাধিক রশ্মি আঁকা যায়।

১.৪ । সরলরেখা ও বক্ররেখা

কাগজের উপরে A ও B দুইটি বিন্দু স্থাপন করা হল। এখন একটি রুলারের সাহায্যে পেন্সিলের সরু মাথা দিয়ে A থেকে B পর্যন্ত যোগ করে AB রেখাংশ এবং এটিকে উভয়দিকে একই বরাবর বাড়িয়ে দিয়ে AB রেখা আঁকা যায়। এরূপ রেখা আঁকতে A থেকে B পর্যন্ত যেতে পেন্সিলের অগ্রভাগ কাগজের উপর দিক পরিবর্তন করে না। এক্ষেত্রে AB রেখা হল একটি সরলরেখা। A বিন্দু থেকে B বিন্দু পর্যন্ত যেতে পেন্সিলের অগ্রভাগটি কাগজের উপর দিক পরিবর্তন করে চললে যে বাঁকা দাগ চিহ্নিত হয়, তাকে বক্ররেখা বলা হয়।

দ্বিতীয় চিত্রটিতে A বিন্দু থেকে B বিন্দু পর্যন্ত যেতে ৪টি বক্ররেখা আঁকা হয়েছে। এ ধরনের অসংখ্য বক্ররেখা আঁকা যায়। কিন্তু সরলরেখা আঁকা যায় মাত্র একটি।

লক্ষ করি : দুইটি বিন্দুর মধ্যে সরলরেখার দূরত্বই ক্ষুদ্রতম।

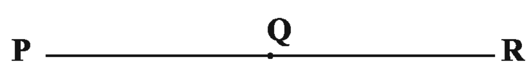
১.৫ । বিন্দু, রখা, তল সম্পর্কিত কয়েকটি প্রয়োজনীয় ধারণা (স্বতঃসিদ্ধ)

(১) দুইটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি এবং কেবলমাএ একটি সরলরেখা আঁকা যায়।

(২) যেসব বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে, তাদেরকে **সমরেখ বিন্দু** বলা হয়।

(৩) একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্যই তার প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব।

(৪) প্রান্তবিন্দুদ্বয় ছাড়া রেখাংশের যে-কোনো বিন্দুকে ঐ রেখাংশের অন্তঃস্থ বিন্দু বলা হয়।



PR রেখাংশের অন্তঃস্থ কোনো বিন্দু **Q** হলে, **PQ+QR = PR** হবে।

(৫) একই সমতলে দুইটি রেখা একটি এবং কেবল একটি বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করতে পারে।

(৬) যদি দুইটি বিন্দু একই সমতলে অবস্থান করে, তবে তাদের সংযোগরেখা সম্পূর্ণভাবে ঐ তলেই অবস্থান করবে।

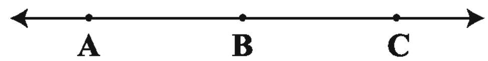
অনুশীলনী ১

১। রেখা, রেখাংশ ও রশ্মির মধ্যে পার্থক্য কী ? ছবি এঁকে রেখা, রেখাংশ ও রশ্মি দেখাও।

২। একটি বাক্স এঁকে এর তল, রেখা, বিন্দুর প্রতিরূপ নির্দেশ কর।

৩। তোমার খাতায় দুইটি বিন্দু নিয়ে (ক) একটি সরলরেখা আঁক ও (খ) ৫টি বক্ররেখা আঁক।

৪। নিচের ছবিটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।



(ক) উপরের তিনটি বিন্দু দিয়ে কয়টি ভিন্ন রেখাংশের নাম করা যায় ? নামগুলো উল্লেখ কর।

(খ) উপরের তিনটি বিন্দু দিয়ে কয়টি ভিন্ন রেখার নাম করা যায় ? নামগুলো লেখ।

(গ) উপরের তিনটি বিন্দু দিয়ে কয়টি রশ্মির নাম করা যায় ? নামগুলো লেখ।

(ঘ) AB, BC, AC রেখাংশগুলোর মধ্যে একটি সম্পর্ক উল্লেখ কর।

৫। শূন্যস্থান পূরণ কর :

(ক) একটি ইটের __________ তল আছে।

(খ) দুইটি তল পরস্পর ছেদ করলে __________ রেখা উৎপন্ন হয়।

(গ) __________দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ আছে।

(ঘ) __________কেবল অবস্থিতি আছে, কিন্তু দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নেই।

৬। সঠিক উত্তরটি লিখ :

(১) একটি বাক্সের কয়টি তল আছে ?

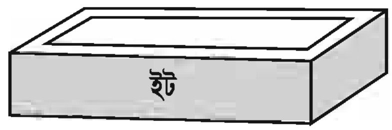
(ক) ৪টি (খ) ৬টি (গ) ৮টি (ঘ) ২টি।

(২) রেখা কত প্রকার ?

(ক) ২ প্রকার (খ) ৩ প্রকার (গ) ৪ প্রকার (ঘ) ৬ প্রকার।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। পাশে একটি ইটের ছবি দেওয়া হল:
ইটের কয়টি তল রয়েছে?



ক. ৩ টি খ. ৪ টি
গ. ৫ টি ঘ. ৬ টি

২। i. তলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, কিন্তু বেধ নেই।
ii. সরলরেখার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে।
iii. ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ আছে।

ওপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

৩। দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত সরলরেখার সংখ্যা হবে–
ক. একটি খ. দুইটি
গ. তিনটি ঘ. অসংখ্য

৪।

ওপরের চিত্রের ভিত্তিতে সঠিক সম্পর্ক কোনটি ?
ক. $AC = BC$ খ. $AB + AC = BC$
গ. $AB - BC = AC$ ঘ. $AC - BC = AB$

৫। যদি কতগুলো বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থান করে তবে তারা হবে–
ক. সমবিন্দু
খ. সমরেখ বিন্দু
গ. অন্তঃস্থ বিন্দু
ঘ. মধ্যবিন্দু

৬।

ওপরের চিত্রটি দ্বারা নির্দেশিত হয়–
ক. AB সরলরেখা খ. AB রেখাংশ
গ. AB বক্ররেখা ঘ. AB রশ্মি

৭। i. সরলরেখার দুইটি প্রান্তবিন্দু থাকে
ii. একটি রশ্মির একটি মাত্র প্রান্তবিন্দু থাকে
iii. একটি বিন্দু থেকে একাধিক রশ্মি আঁকা যায়

ওপরের তথ্যগুলোর ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

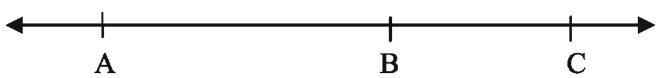
৮। 

ওপরের চিত্রে, AB রেখাংশের C বিন্দুটি হচ্ছে ঐ রেখাংশের –

ক. মধ্যবিন্দু খ. অন্তঃস্থ বিন্দু
গ. সমবিন্দু ঘ. সমরেখ বিন্দু

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। নিচের চিত্রটি পর্যবেক্ষণ কর :



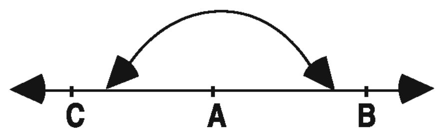
ক. চিত্রে, AC দ্বারা কী নির্দেশিত হয় ?
খ. B বিন্দু দিয়ে যে রশ্মিগুলো পাওয়া যায় তা লেখ।
গ. AB, BC এবং AC রেখাংশগুলোর মধ্যকার সম্পর্কটি লেখ। যদি AB এবং AC রেখাংশের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি. এবং 8 সে.মি. হয়, তবে BC রেখাংশের দৈর্ঘ্য কত ?

দ্বিতীয় অধ্যায়

রেখা ও কোণ : উপপাদ্য

২.১। সরল কোণ

পাশের চিত্রে, AB একটি রশ্মি। AB রশ্মির প্রান্তবিন্দু A থেকে AB এর বিপরীত দিকে AC রশ্মি আঁকা হয়েছে। AC কে AB রশ্মির বিপরীত রশ্মি বলা হয়। AC ও AB রশ্মিদ্বয় তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু A তে
$\angle BAC$ উৎপন্ন করেছে।
$\angle BAC$ কে সরল কোণ বলে।

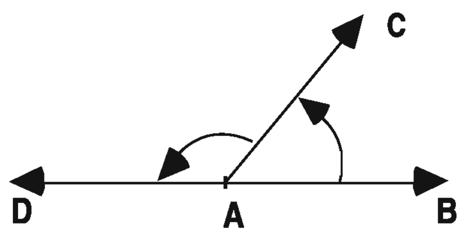


দুইটি পরস্পর বিপরীত রশ্মি তাদের সাধারণ প্রান্তন্দিুতে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে সরল কোণ বলে।

লক্ষ করি : * AB একটি সরলরেখা।
* C, A, B বিন্দু তিনটি একই সরলরেখা CAB তে অবস্থিত। চাঁদার সাহায্যে মাপলে দেখা যাবে,
$\angle BAC = ১৮০^\circ$
অর্থাৎ সরল কোণ =১৮০° ।

২.২। সন্নিহিত কোণ

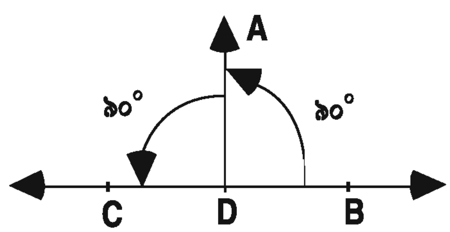
পাশের চিত্রে, A বিন্দুতে $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ দুইটি কোণ উৎপন্ন হয়েছে। A বিন্দু কোণ দুইটির শীর্ষবিন্দু। $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ উৎপন্নকারী বাহুগুলোর মধ্যে AC সাধারণ বাহু। কোণ দুইটি সাধারণ বাহু AC এর বিপরীত পাশে অবস্থিত। $\angle BAC$ এবং $\angle CAD$ কে সন্নিহিত কোণ বলে।



যদি কোনো তলে দুইটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু হয় এবং কোণদ্বয় সাধারণ বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে।

২.৩। সমকোণ, লম্ব

পাশের চিত্রে, BC রেখার D বিন্দুতে $\angle ADB$ ও $\angle ADC$ দুইটি কোণ। আবার এই কোণ দুইটি AD বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থিত। অর্থাৎ AD বাহু কোণদ্বয়ের সাধারণ বাহু এবং তাদের একই শীর্ষবিন্দু D। তাহলে, কোণ দুইটি সন্নিহিত কোণ।



$\angle ADB$ ও $\angle ADC$ পরস্পর সমান হলে, এদের প্রত্যেকটিকে সমকোণ বলে।
আবার AD ও DB বাহুদ্বয় বা AD ও CD বাহুদ্বয়কে পরস্পরের উপর লম্ব বলে।

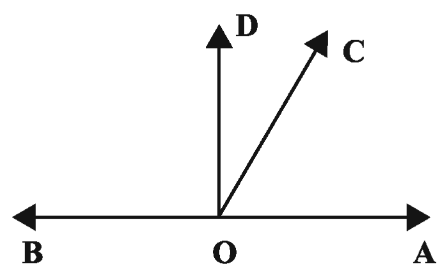
> যদি একই রেখার উপর অবস্থিত দুইটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর সমান হয়, তবে কোণ দুইটির প্রত্যেকটি **সমকোণ**। সমকোণের বাহু দুইটি পরস্পরের উপর লম্ব।

লক্ষ করি : * সমকোণ সরল কোণের অর্ধেক। অর্থাৎ সমকোণ হল (১৮০° ÷ ২) বা ৯০°

উপপাদ্য ১

একটি সরলরেখার একটি বিন্দুতে অপর একটি সরলরেখা মিলিত হলে, যে দুইটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি দুই সমকোণ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, OC রশ্মির প্রান্তবিন্দু O তে AB সরলরেখাটি মিলিত হয়েছে। ফলে $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ দুইটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হল।
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC + \angle BOC =$ ২ সমকোণ।



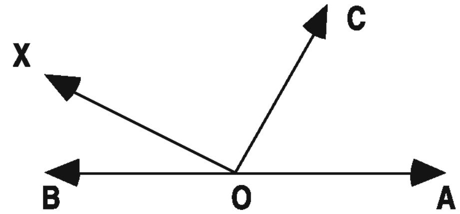
অঙ্কন : BA রেখার উপর OD লম্ব আঁকি।

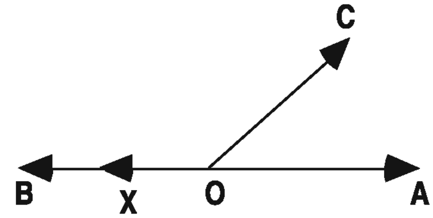
প্রমাণ : $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOC + \angle COD + \angle DOB$
$= \angle AOD + \angle DOB$ [যেহেতু $\angle AOC + \angle COD = \angle AOD$]
= ২ সমকোণ [যেহেতু $\angle AOD$ ও $\angle BOD$ এর প্রত্যেকে এক সমকোণ]

[প্রমাণিত]

উপপাদ্য ২

দুইটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে, এদের সাধারণ বাহু বাদে অপর বাহুদ্বয় একই সরলরেখায় অবস্থিত।



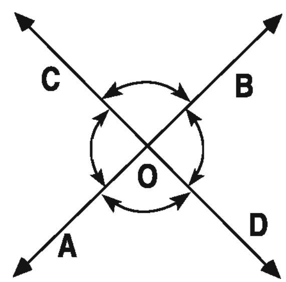


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\angle AOC$ এবং $\angle BOC$ দুইটি সন্নিহিত কোণ, যাদের শীর্ষবিন্দু O এবং সাধারণ বাহু OC। দেওয়া আছে, $\angle AOC + \angle BOC =$ ২ সমকোণ।
প্রমাণ করতে হবে যে, OA, OB বাহুদ্বয় একই সরলরেখায় অবস্থিত। অর্থাৎ OA ও OB বিপরীত রশ্মি।

প্রমাণ : OA রশ্মির বিপরীত রশ্মি OX অঙ্কন করি।
সুতরাং $\angle AOX$ একটি সরল কোণ।
অর্থাৎ $\angle AOC + \angle COX =$ ১ সরলকোণ $=$ ২ সমকোণ।
আবার দেওয়া আছে, $\angle AOC + \angle BOC =$ ২ সমকোণ।
সুতরাং $\angle AOC + \angle COX = \angle AOC + \angle BOC$ ।
$\therefore$ $\angle COX = \angle BOC$ [উভয় পক্ষ থেকে $\angle AOC$ বাদ দিয়ে]
$\therefore$ OX ও OB একই রশ্মি
অর্থাৎ OB রশ্মি OA রশ্মির বিপরীত।
$\therefore$ OA, OB বাহুদ্বয় একই সরলরেখায় অবস্থিত হবে ।

২.৪ । বিপ্রতীপ কোণ

চিত্রে AB এবং CD রেখাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ফলে O বিন্দুতে $\angle AOC$, $\angle COB$, $\angle BOD$ এবং $\angle DOA$ চারটি কোণ উৎপন্ন হয়েছে। $\angle BOD$ কে $\angle AOC$ এর **বিপ্রতীপ কোণ** বলা হয় এবং $\angle BOC$ কে $\angle DOA$ এর **বিপ্রতীপ কোণ** বলা হয়।

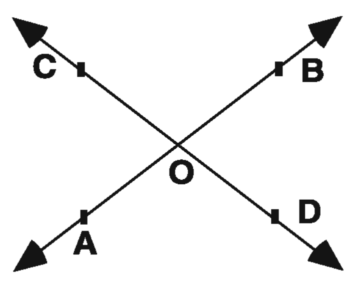


$\angle BOD$ এর বিপ্রতীপ কোণ $\angle AOC$ এর বাহু দুইটি $\angle BOD$ এর বাহু দুইটির বিপরীত রশ্মি।

কোনো কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মি দুইটি যে কোণ তৈরি করে , তা ঐ কোণের **বিপ্রতীপ কোণ**।

উপপাদ্য ৩

দুইটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে, উৎপন্ন বিপ্রতীপ কোণগুলো পরস্পর সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB ও CD রেখাদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ফলে O বিন্দুতে $\angle AOD$, $\angle BOC$, $\angle AOC$, $\angle BOD$ উৎপন্ন হয়েছে।
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD =$ বিপ্রতীপ $\angle BOC$ এবং $\angle AOC =$ বিপ্রতীপ $\angle BOD$ ।

প্রমাণ : OA রশ্মির O বিন্দুতে CD রেখা মিলিত হয়েছে।

$\angle AOC + \angle AOD =$ ১ সরলকোণ = ২ সমকোণ

আবার, OC রশ্মির O বিন্দুতে AB রেখা মিলিত হয়েছে।

$\therefore$ $\angle AOC + \angle BOC =$ ১ সরলকোণ = ২ সমকোণ।

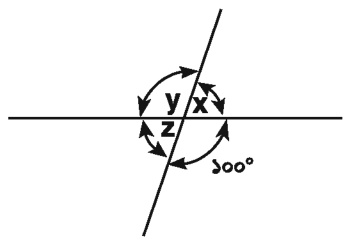
সুতরাং $\angle AOC + \angle AOD = \angle AOC + \angle BOC$

$\therefore$ $\angle AOD = \angle BOC$ [উভয় পক্ষ থেকে $\angle AOC$ বাদ দিয়ে]

অনুরূপভাবে দেখানো যায়, $\angle AOC = \angle BOD$ [প্রমাণিত]

অনুশীলনী ২

১। নিচের চিত্রে x, y, z এর মান কত ?



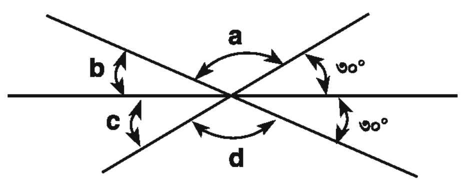
২। পাশের চিত্রে,

a = ?

b = ?

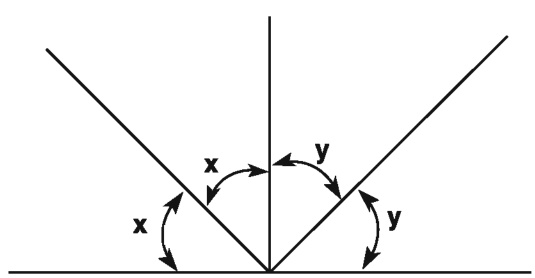
c = ?

d = ?



৩। প্রমাণ কর যে, বিপ্রতীপ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় একই সরলরেখায় অবস্থিত।

৪। নিচের চিত্র থেকে প্রমাণ কর যে, $\angle x + \angle y =$ ৯০°

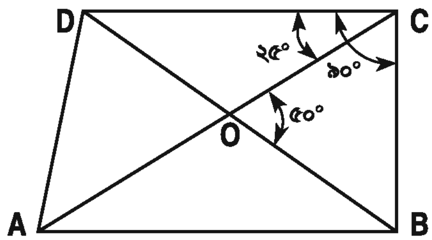


৫। পাশের চিত্রে,

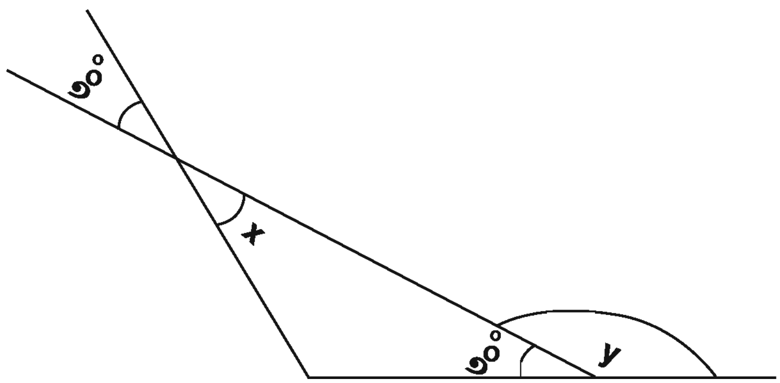
(ক) $\angle DOC$ = কত ?

(খ) $\angle BCO$ = কত ?

(গ) $\angle DOA$ = কত ?



৬। নিচের চিত্রে প্রমাণ কর যে, $\angle x + \angle y$ = ১৮০°



তৃতীয় অধ্যায়

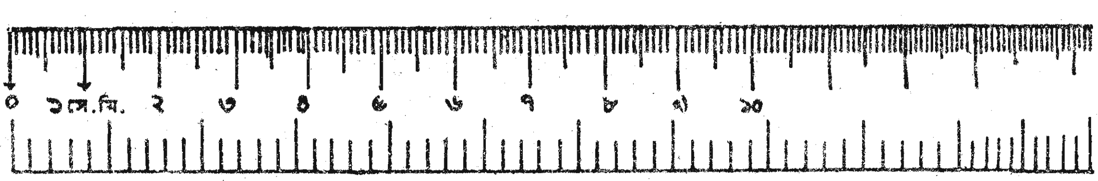
রেখা ও কোণ : সম্পাদ্য

৩.১ । জ্যামিতিক অঙ্কন বাক্স

জ্যামিতিক অঙ্কন বাক্সে সাধারণত নিচের যন্ত্রগুলো থাকে :

(ক) ১টি রুলার (খ) ২টি ত্রিকোণী বা সেটস্কোয়ার (গ) ১টি চাঁদা (ঘ) ১টি কাঁটা কম্পাস (ঙ) ১টি পেন্সিল কম্পাস।

(ক) রুলার



পরিচয় : রুলারের দুই দিকের ধারে দাগ কাটা থাকে। কতকগুলো দাগ বড় এবং কতকগুলো ছোট। বড় দাগগুলোর পাশে ১, ২, ৩, ৪, ... সংখ্যাগুলো লেখা আছে। একদিকের ধারে ইঞ্চি স্কেল। এধারে প্রত্যেক ইঞ্চিকে সমান ১০ ভাগ বা ১৬ ভাগ করে ছোট ছোট দাগ কাটা হয়। অপর দিকের ধার সেন্টিমিটার স্কেল, যার প্রত্যেক সেন্টিমিটারকে ১০ ভাগে অর্থাৎ ১ মিলিমিটার করে ছোট ছোট দাগাঙ্কিত থাকে।

ব্যবহার : রুলারের সাহায্যে রেখাংশের দৈর্ঘ্যের পরিমাপ ইঞ্চিতে বা সেন্টিমিটারে করা যায়। আবার নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের রেখাংশ আঁকা যায়।

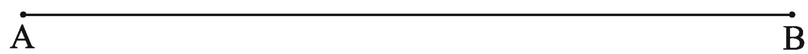
উদাহরণ ১ । রুলারের সাহায্যে নিচের চিত্রে AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য সেন্টিমিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, AB রেখাংশটি কাগজে আঁকা আছে। এখন রুলারের সেন্টিমিটার স্কেলের ধারটি রেখাংশ AB বরাবর এমনভাবে বসানো হল যেন A বিন্দুটি রুলারের বামদিকের প্রথম দাগটি এবং B বিন্দুটি রুলারের অপর একটি দাগের সঙ্গে পুরোপুরি মিলে যায়। লক্ষ করি, '৭' সংখ্যার দাগের পরে আরও ৮টি ছোট দাগের পর B বিন্দুটি মিলেছে।

$\therefore$ AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য ৭ সেন্টিমিটার ৮ মিলিমিটার।

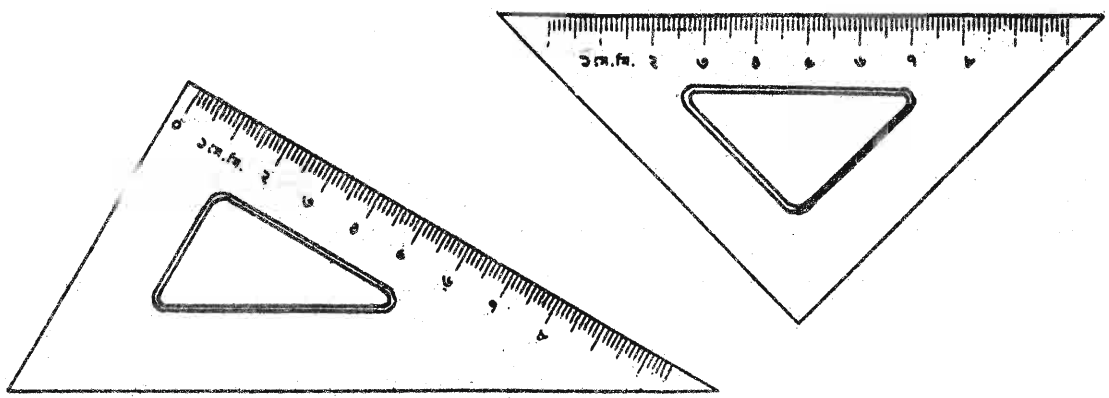
মন্তব্য : দেখা গেল, শেষের বিন্দুটি '৭' সংখ্যা দাগের পর ছোট '৮' ও '৯' সংখ্যার দাগের মধ্যে পড়েছে। যদি এটি '৯' সংখ্যা দাগের কাছাকাছি হয়, তবে রেখাংশের দৈর্ঘ্য আমরা ধরব ৭ সেন্টিমিটার ৯ মিলিমিটার (আসন্ন মান)।

উদাহরণ ২। রুলারের সাহায্যে ৪ ইঞ্চি দৈর্ঘ্যের রেখাংশ আঁক।



সমাধান : কাগজের উপর রুলারটি বসিয়ে ঠিক সোজাসুজিভাবে রেখে পেন্সিলের সরু মাথাটি রুলারের ইঞ্চি স্কেলের প্রথম দাগের বরাবর বসানো হল। তারপর হাত দিয়ে রুলারটি শক্ত করে চেপে ধরে '৪' সংখ্যার দাগ পর্যন্ত পেন্সিল টেনে নেওয়া হল। এভাবে যে রেখাংশটি আঁকা হল তার দৈর্ঘ্য ৪ ইঞ্চি।

(খ) ত্রিকোণী বা সেটস্কোয়ার

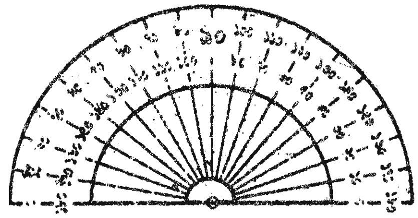


পরিচয় : উপরের চিত্রে দুইটি ত্রিকোণীর চিত্র আঁকা হয়েছে।

* উভয় ত্রিকোণীর একটি কোণ ৯০°।
* প্রথম ত্রিকোণীর অপর কোণ দুইটির প্রত্যেকটি কোণ ৪৫°।
* দ্বিতীয় ত্রিকোণীর অপর কোণদ্বয়ের একটি ৬০° এবং অন্যটি ৩০°।
* দ্বিতীয় ত্রিকোণীতে সমকোণের বাহুদ্বয়ের একটি বাহু সেন্টিমিটারে এবং অপর বাহু ইঞ্চিতে দাগাঙ্কিত আছে।

ব্যবহার : সাধারণত দুইটি ত্রিকোণীর সাহায্যে সমান্তরাল রেখা আঁকা হয়। প্রত্যেকটি ত্রিকোণীরই দুইটি ধার এমন যে একটির উপর আর একটি সোজাভাবে দাঁড়িয়ে আছে। এ ধার প্রত্যেকটিকে সোজা ধার বলব। একটি ত্রিকোণীর একটি সোজা ধার AB রেখা বরাবর বসানো হল। এরপর এ ত্রিকোণীটি হাত দিয়ে শক্ত করে চেপে ধরে দ্বিতীয় ত্রিকোণীর একটি সোজা ধার প্রথম ত্রিকোণীর অপর সোজা ধার ঘেঁষে স্থাপন করতে হবে। ঐ অবস্থায় দ্বিতীয় ত্রিকোণীটি হাত দ্বারা চেপে ধরে প্রথম ত্রিকোণী উপরে ও নিচে নিলে নির্দিষ্ট অবস্থানে AB রেখার সমান্তরাল রেখা আঁকা যাবে। লক্ষ রাখতে হবে যেন প্রথম ত্রিকোণী উপরে ও নিচে নেওয়ার সময় ধার দুইটি আগের মতো একটির সঙ্গে অপরটি লেগে থাকে।

(গ) চাঁদা



পরিচয় : চাঁদা অর্ধবৃত্তাকারের। চাঁদার নিচে একটি রেখাংশ আঁকা আছে, যা অর্ধবৃত্তের ব্যাস। এ রেখাংশের মধ্যবিন্দু অর্থাৎ কেন্দ্র দিয়ে লম্ব এঁকে তা চাঁদার কিনারা পর্যন্ত বাড়ানো হয়েছে। অর্ধবৃত্তের বক্ররেখাটি সমান ১৮০ ভাগে ভাগ করা আছে। প্রতি ১০ ভাগ অন্তর অন্তর ০ (শূন্য) থেকে শুরু করে ১০, ২০, ৩০, ..., ১৮০ সংখ্যাগুলো লেখা আছে। চাঁদার ব্যাসের বামদিকের প্রান্তবিন্দু থেকে শুরু করে ডানদিকে পর পর সংখ্যাগুলো লেখা হয়েছে। ১৮০ সংখ্যাটি লেখা আছে ব্যাসের ডানদিকের প্রান্তবিন্দুতে। আরও একবার নিচে চাঁদার ব্যাসের ডানদিকের প্রান্তবিন্দুতে ০ (শূন্য) লিখে পর পর বামদিকে সংখ্যাগুলো ১৮০ পর্যন্ত লেখা হয়েছে।
এক্ষেত্রে ব্যাসের রেখাংশের বাম দিকের প্রান্তবিন্দুতে ১৮০ লেখা আছে।

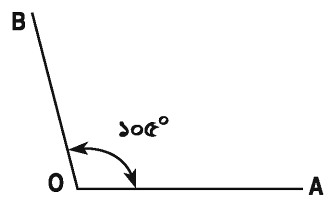
মন্তব্য : ১০, ২০, ৩০, ... ইত্যাদি যথাক্রমে ১০°, ২০°, ৩০°, ... ইত্যাদি নির্দেশ করে।

ব্যবহার : চাঁদার সাহায্যে নির্দিষ্ট পরিমাপের কোণ আঁকা ও কোণের পরিমাপ আসন্নভাবে নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ ৩। চাঁদার সাহায্যে পাশের চিত্র থেকে ∠AOB এর পরিমাপ নির্ণয় কর।

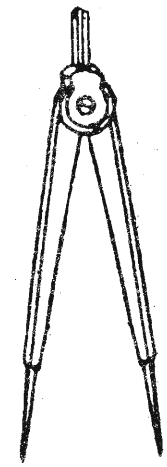
সমাধান : পাশের চিত্রে, O বিন্দু ∠AOB এর শীর্ষবিন্দু। OA রশ্মি ও OB রশ্মি কোণটির দুইটি বাহু। একটি চাঁদা কোণটির উপর এমনভাবে রাখি যেন চাঁদার কেন্দ্রবিন্দু O বিন্দুতে এবং এর ব্যাস OA বাহু বরাবর পড়ে। কোণটির অপর বাহু OB চাঁদার নিচের স্কেলের ৫০ নির্দেশক দাগ বরাবর পড়েছে।
∴ ∠AOB = ৫০° ।

উদাহরণ ৪। চাঁদার সাহায্যে ১০৫° কোণ আঁক।



সমাধান : একটি চাঁদা কাগজের উপর রেখে চাঁদার কেন্দ্রবিন্দু থেকে ব্যাস বরাবর ডানদিকে OA রশ্মি কাগজে চিহ্নিত করি। ডানদিক থেকে চাঁদার নিচের স্কেলের ১০৫ নির্দেশক দাগের উপরে একটি বিন্দু B চিহ্নিত করি। চাঁদাটিকে সরিয়ে OB রশ্মি আঁকি।
তাহলে, ∠AOB কোণ আঁকা হল।
∴ ∠AOB এর পরিমাপ ১০৫° ।

(ঘ) কাঁটা কম্পাস



পরিচয় : কাঁটা কম্পাস দেখতে অনেকটা চিমটার মতো। এর দুইটি বাহু সমান দৈর্ঘ্যের । বাহু দুইটির একপ্রান্তে সমান দৈর্ঘ্যের দুইটি কাঁটা আছে। বাহু দুইটির অপর প্রান্তদ্বয় একত্রে স্ক্রু দিয়ে এমনভাবে আটকানো থাকে যে কাঁটা দুইটির মধ্যে দূরত্ব ইচ্ছেমতো বাড়ানো কমানো যায়।

ব্যবহার : রেখাংশের দৈর্ঘ্য পরিমাপের জন্য এটি ব্যবহার করা হয়।

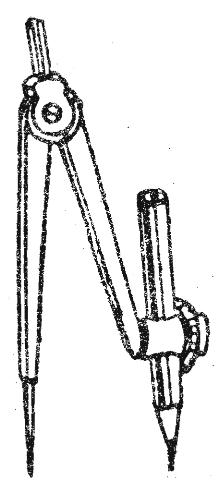
A ———————————— B

মনে করি, AB একটি রেখাংশ । কাঁটা কম্পাসের একটি কাঁটার অগ্রভাগ A বিন্দুতে ও প্রয়োজন মতো ফাঁক করে অপর কাঁটার অগ্রভাগ B বিন্দুতে বসানো হল। এবার কাঁটা কম্পাসটি তুলে নিয়ে রুলারের সেন্টিমিটার স্কেলের উপর বসানো হল। দেখা গেল, একটি কাঁটার অগ্রভাগ রুলারের শুরুতে যে দাগ আছে তার উপর এবং অপর কাঁটা রুলারের যে দাগে ৫ লেখা আছে ঐ দাগে পড়েছে।

∴ AB রেখাংশের দৈর্ঘ্য = ৫ সেন্টিমিটার।

মন্তব্য : সোজাসুজি রুলারের সাহায্যে রেখাংশের দৈর্ঘ্যের পরিমাপ না নিয়ে কাঁটা কম্পাসের সাহায্যে রেখাংশের আরও সঠিক পরিমাপ পাওয়া যায়।

(ঙ) পেন্সিল কম্পাস



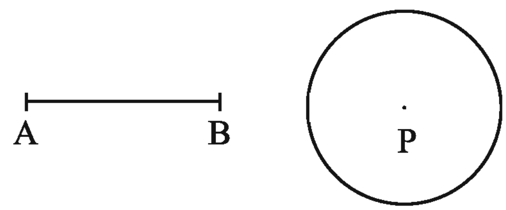
পরিচয় : কাঁটা কম্পাসের মতো পেন্সিল কম্পাসের দুইটি বাহু আছে। একটি বাহুর একপ্রান্তে একটি কাঁটা ও অপর বাহুর এক প্রান্তে পেন্সিল আটকানোর ব্যবস্থা রয়েছে। বাহু দুইটির অপর প্রান্তদ্বয় একত্রে স্ক্রু দিয়ে আটকানো থাকে। পেন্সিলটিকে এমনভাবে আটকানো হয় যেন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান রাখা যায়। কাঁটা কম্পাসের মতো পেন্সিল কম্পাসের বাহু দুইটির মধ্যের দূরত্ব বাড়ানো বা কমানো যায়।

ব্যবহার : বৃত্ত, বৃত্তের চাপ ইত্যাদি আঁকার জন্য পেন্সিল কম্পাস ব্যবহার করা হয়।

উদাহরণ ৫। পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে AB এর সমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত আঁক।

সমাধান :

মনে করি, AB একটি রেখাংশ ও P একটি বিন্দু। AB রেখাংশের A বিন্দুতে পেন্সিল কম্পাসের কাঁটাটি ও B বিন্দুতে পেন্সিলের অগ্রভাগ বসানো হল। এবার পেন্সিল কম্পাসটি সরিয়ে নিয়ে কাঁটাটি P বিন্দুতে বসিয়ে কম্পাসটি ঘুরাতে থাকি। এভাবে পুরোপুরি একবার ঘুরানো হলেই বৃত্ত আঁকা হবে।



অনুশীলনী ৩.১

১। নিচের পরিমাপের সমান করে রুলারের সাহায্যে রেখাংশ আঁক :

(ক) ৫ ইঞ্চি (খ) ৪$\frac{৩}{১০}$ ইঞ্চি (গ) ৫$\frac{১}{২}$ ইঞ্চি (ঘ) ৩$\frac{৭}{১০}$ ইঞ্চি (ঙ) ৪·২৫ ইঞ্চি

(চ) ৭ সেন্টিমিটার (ছ) ৫ সেন্টিমিটার ৮ মিলিমিটার (জ) ৬·৭ সেন্টিমিটার

(ঝ) ৮·৪ সে. মি. (ঞ) ৩·২ সে.মি.।

২। চাঁদার সাহায্যে নিচের পরিমাপের সমান করে কোণ আঁক :

(ক) ৩০° (খ) ৭০° (গ) ৬৬° (ঘ) ৮৫° (ঙ) ৯০° (চ) ১০৭° (ছ) ১২৫°

(জ) ১৪০° (ঝ) ১৮০° (ঞ) ৬৭$\frac{১}{২}$° (ট) ৮৪·৫° (ঠ) ১০৫$\frac{১}{২}$° (ড) ৩°

(ঢ) ২° (ণ) ৩২·৬°।

৩। পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে নিচের পরিমাপের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্ত আঁক :

(ক) ৫ ইঞ্চি (খ) ৪·৫ ইঞ্চি (গ) ৩$\frac{৭}{১০}$ ইঞ্চি (ঘ) ৩·২৫ ইঞ্চি (ঙ) ৮ সে.মি.

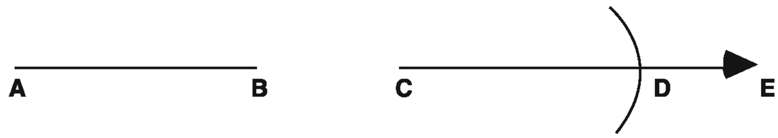
(চ) ৭·৩ সে.মি. (ছ) ৩·৭ সে.মি. (জ) ২·৫ সে.মি. (ঝ) ৬·৭ সে.মি.

(ঞ) ৫·৪ সে.মি.।

৪। তিনটি কোণ আঁক এবং চাঁদার সাহায্যে তাদের পরিমাপ নির্ণয় কর।

সম্পাদ্য ১

প্রদত্ত রেখাংশের সমান করে রেখাংশ আঁকতে হবে।

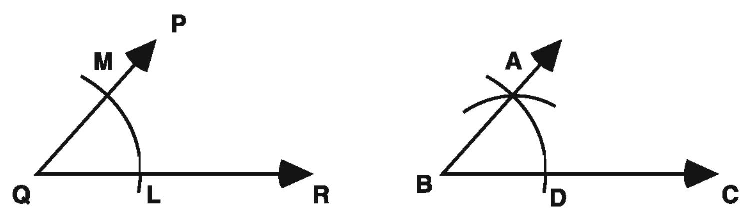


মনে করি, AB একটি রেখাংশ। AB রেখাংশের সমান করে একটি রেখাংশ আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : CE একটি রশ্মি নিই। C কে কেন্দ্র করে AB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি CE কে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, CD রেখাংশই AB রেখাংশের সমান হবে।

সম্পাদ্য ২

প্রদত্ত কোণের সমান করে একটি কোণ আঁকতে হবে।



মনে করি, $\angle PQR$ দেওয়া আছে। এর সমান একটি কোণ আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : একটি রশ্মি BC নিই। Q কে কেন্দ্র করে যে-কোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি PQ কে M বিন্দুতে এবং QR কে L বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন B কে কেন্দ্র করে QL এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। D কে কেন্দ্র করে LM এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরেকটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপটি আগের বৃত্তচাপকে A বিন্দুতে ছেদ করে। B, A যোগ করে বর্ধিত করি।

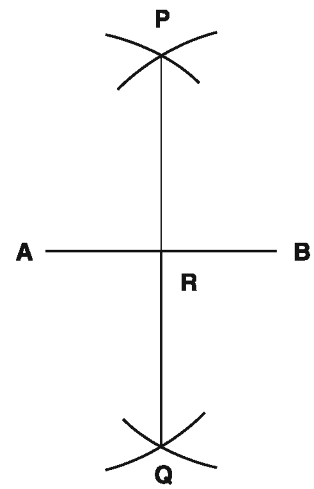
তাহলে, $\angle ABC$ -ই নির্ণেয় কোণ।

সম্পাদ্য ৩

একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

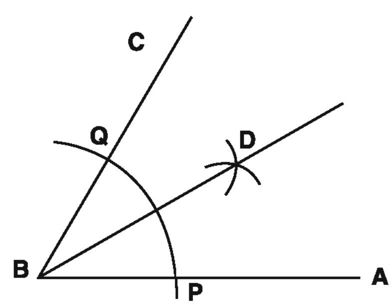
মনে করি, AB একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। একে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : A কে কেন্দ্র করে AB এর সমান বা অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর দুইপাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। আবার B কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর দুইপাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এখন একদিকের বৃত্তচাপ দুইটি P বিন্দুতে ও অপরদিকের বৃত্তচাপ দুইটি Q বিন্দুতে ছেদ করে। P ও Q যোগ করি। PQ রেখা AB রেখাংশকে R বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, AB রেখাংশ R বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।



সম্পাদ্য ৪

নির্দিষ্ট কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।



মনে করি, $\angle ABC$ একটি নির্দিষ্ট কোণ, যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

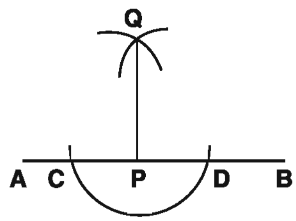
অঙ্কনের বিবরণ : B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যে-কোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপটি কোণের বাহু BA ও BC কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। P বিন্দুকে কেন্দ্র করে PQ এর অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে থাকে। আবার Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপটি আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করে। B ও D যোগ করে বর্ধিত করি।

তাহলে, BD রেখা $\angle ABC$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সম্পাদ্য ৫

একটি নির্দিষ্ট রেখার কোনো বিন্দুতে একটি লম্ব আঁকতে হবে।

প্রথম পদ্ধতি :



মনে করি, AB একটি রেখা এবং P তার একটি বিন্দু। AB রেখার উপর P বিন্দুতে একটি লম্ব আঁকতে হবে।

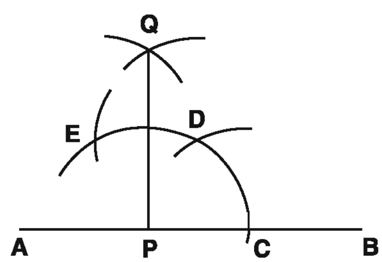
অঙ্কনের বিবরণ : P কে কেন্দ্র করে যে-কোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AB কে যথাক্রমে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন C বিন্দুকে কেন্দ্র করে CD এর সমান বা তার অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর যে-কোনো পাশে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। আবার D বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর ঐ একই পাশে অপর একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর Q বিন্দুতে ছেদ করে।

P ও Q যোগ করি।

তাহলে, QP রেখাংশ AB এর উপর P বিন্দুতে লম্ব।

দ্বিতীয় পদ্ধতি :



মনে করি, AB একটি রেখা এবং P এর একটি বিন্দু। P বিন্দুতে AB রেখার উপর একটি লম্ব আঁকতে হবে।

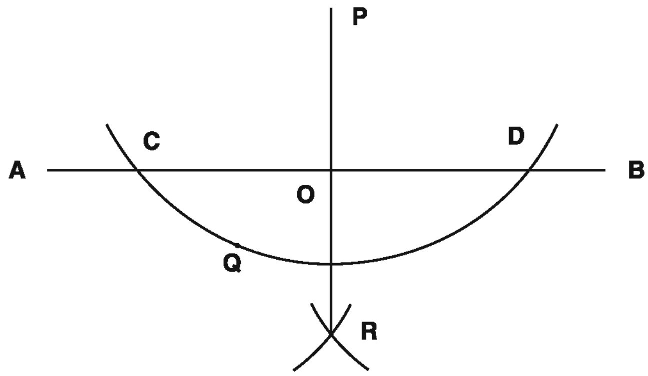
অঙ্কনের বিবরণ : P কে কেন্দ্র করে যে-কোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AB কে C বিন্দুতে ছেদ করে। এবার C কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে আরও একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করে। আবার D কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা প্রথমে অঙ্কিত বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন E কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। আবার D কে কেন্দ্র করে একই ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই দুইটি বৃত্তচাপ Q বিন্দুতে ছেদ করে। Q, P যোগ করি।

তাহলে, PQ রেখাংশ AB এর উপর P বিন্দুতে লম্ব।

সম্পাদ্য ৬

একটি নির্দিষ্ট রেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ রেখার উপর একটি লম্ব আঁকতে হবে।



মনে করি, AB একটি রেখা এবং P তার বহিঃস্থ একটি বিন্দু। P বিন্দু থেকে AB এর উপর লম্ব আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : AB এর যে পাশে P বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশে Q একটি বিন্দু নিই। P কে কেন্দ্র করে PQ ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AB রেখাকে যথাক্রমে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। C ও D কে কেন্দ্র করে এবং CD এর অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর যে পাশে P আছে তার বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পর R বিন্দুতে ছেদ করে। P, R যোগ করি। RP রেখাংশ AB কে O বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, PO রেখাংশ AB এর উপর লম্ব।

অনুশীলনী ৩.২

১। রুলারের সাহায্যে একটি ৬ সে. মি. দীর্ঘ রেখাংশ এঁকে সমদ্বিখণ্ডিত কর।

২। ৮ সে. মি. দৈর্ঘ্যের একটি রেখাংশকে সমান চার ভাগে বিভক্ত কর।

৩। AB রেখার অন্তঃস্থ C বিন্দুতে CD লম্ব আঁক। আবার CD রেখার উপর একটি বিন্দু E লও। এবার E বিন্দুতে CD রেখার উপর লম্ব আঁক।

৪। ৬·৮ সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাংশের মধ্যবিন্দুতে লম্ব আঁক।

৫। চাঁদার সাহায্যে ১২০° কোণ আঁক। এবার কোণটিকে সমান চারভাগে ভাগ করে প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ চাঁদার সাহায্যে নির্ণয় কর।

৬। ABC ত্রিভুজের $\angle ABC$, $\angle BCA$ ও $\angle BAC$ এর প্রত্যেকটিকে সমদ্বিখণ্ডিত কর। যে রেখাগুলো দ্বারা কোণগুলো সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে ঐ রেখাগুলোর সাধারণ বিন্দু চিহ্নিত কর।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

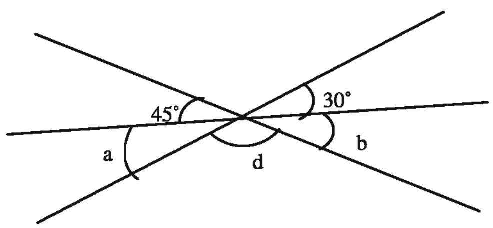
১। $28°$ কোণের সম্পূরক কোণের পরিমাণ কত ?

ক. $62°$ খ. $118°$
গ. $152°$ ঘ. $332°$

২। $37°$ কোণের বিপ্রতীপ কোণের পরিমাণ কত ?

ক. $37°$ খ. $53°$
গ. $127°$ ঘ. $143°$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩ - ৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩। $\angle a =$ কত ?

ক. $30°$ খ. $45°$
গ. $60°$ ঘ. $75°$

৪। $\angle a + \angle b =$ কত ?

ক. $75°$ খ. $105°$
গ. $135°$ ঘ. $150°$

৫। $\angle d =$ কত ?

ক. $105°$ খ. $115°$
গ. $130°$ ঘ. $140°$

৬। ত্রিকোণীর (সেটস্কোয়ার) একটি কোণ $30°$ হলে, অপর কোণদ্বয় কত ?

ক. $90°$ ও $45°$ খ. $75°$ ও $75°$
গ. $90°$ ও $60°$ ঘ. $30°$ ও $90°$

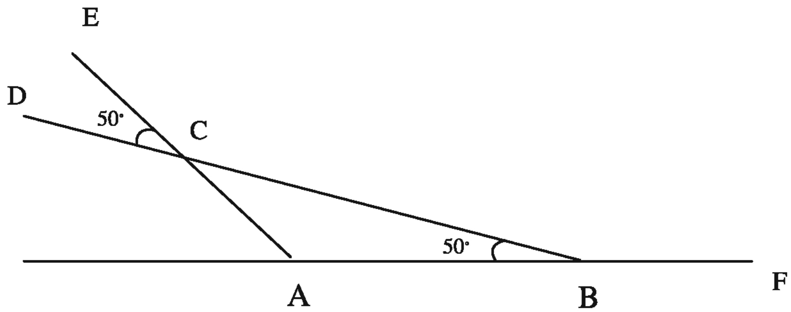
৭। i. সরলকোণের পরিমাপ $180°$
ii. $\angle AOB$ ও $\angle DOC$ পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ হলে, $\angle AOB \neq \angle DOC$
iii. সমকোণের বাহু দুইটি পরস্পরের ওপর লম্ব।

ওপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. ii ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন

১।

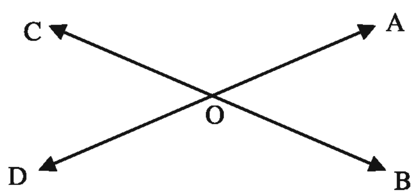


ক. $\angle ABC$ এর সম্পূরক কোণ কোনটি ?

খ. $\angle ACB$ এর মান কত এবং কেন ?

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle DCE + \angle CBF = 180°$

২।

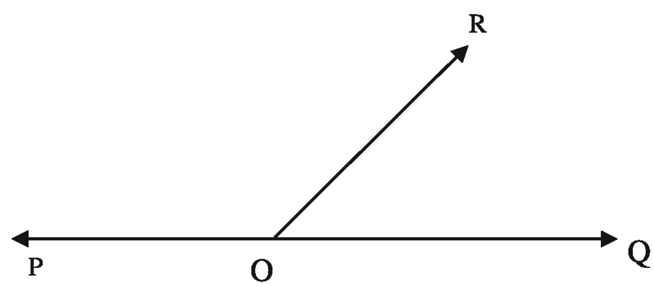


ক. $\angle AOB$ এর বিপ্রতীপ কোণ কোনটি ?

খ. $\angle AOB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে সন্নিহিত কোণ দুইটির সাধারণ বাহু নির্দেশ কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle AOB$ এবং $\angle COD$ এর সমদ্বিখণ্ডক একই সরলরেখায় অবস্থিত।

৩।



ক. $\angle POR$ এবং $\angle QOR$ পরস্পর কী ধরনের কোণ ?

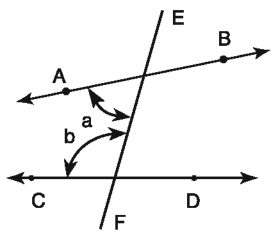
খ. $\angle POR$ এবং $\angle QOR$ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. যদি $\angle POR + \angle QOR = 2$ সমকোণ হয়, তবে দেখাও যে, OP এবং OQ বিপরীত রশ্মি।

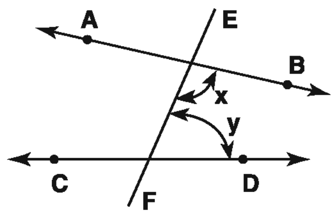
চতুর্থ অধ্যায়

সমান্তরাল রেখা : উপপাদ্য

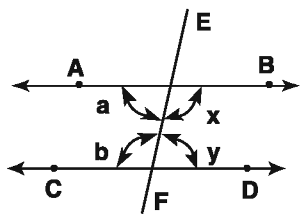
৪.১ সমান্তরাল রেখা



১ নং



২ নং



৩ নং

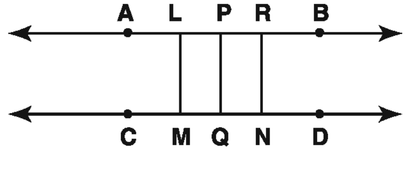
উপরে ৩ জোড়া সরলরেখা দেখানো হয়েছে। আমরা জানি, সরলরেখার কোনো প্রান্তবিন্দু নেই।
১ নং চিত্রে $\angle a$ ও $\angle b$ এর সমষ্টি ১৮০° অপেক্ষা কম। ২ নং চিত্রে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমষ্টি ১৮০° অপেক্ষা কম। ৩নং চিত্রে $\angle a$ ও $\angle b$ এর সমষ্টি ১৮০°। আবার $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমষ্টিও ১৮০°।

১ নং চিত্রে ($\angle a + \angle b$) < ১৮০° এবং সরলরেখা দুইটি EF এর বামদিকে কোনো বিন্দুতে মিলিত হয়। ২ নং চিত্রে ($\angle x + \angle y$) < ১৮০° এবং সরলরেখা দুইটি ডানদিকে কোনো বিন্দুতে মিলিত হয়। ৩ নং চিত্রে সরলরেখা দুইটি কোথাও মিলিত হবে না। এরা পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা।

একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সরলরেখা একে অপরকে ছেদ না করলে তাদেরকে সমান্তরাল সরলরেখা বলে।

দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার কোনো সাধারণ বিন্দু নেই।

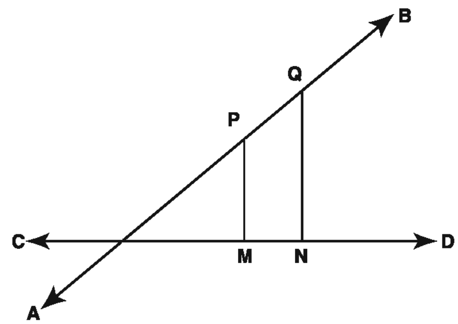
৪.২। লম্ব-দূরত্বের সাহায্যে সমান্তরাল সরলরেখার ব্যাখ্যা



উপরের চিত্রে AB এবং CD দুইটি পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা। AB সরলরেখার L, P, R বিন্দুগুলো থেকে CD সরলরেখার উপর যথাক্রমে LM, PQ, RN লম্ব আঁকা হয়েছে।

রুলারের সাহায্যে মাপলে দেখা যাবে, LM, PQ, RN এর প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য সমান। অন্য কোন লম্বের দৈর্ঘ্যও একই হবে। এটি সমান্তরাল সরলরেখার একটি বৈশিষ্ট্য।
দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার লম্ব-দূরত্ব বলতে তাদের একটির যে-কোনো বিন্দুর O হতে অপরটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যকেই বোঝায়।

পাশের চিত্রে AB ও CD সরলরেখা সমান্তরাল নয়। AB রেখার P ও Q বিন্দু হতে CD রেখার উপর PM ও QN লম্ব। PM ও QN এর দৈর্ঘ্য সমান নয়।

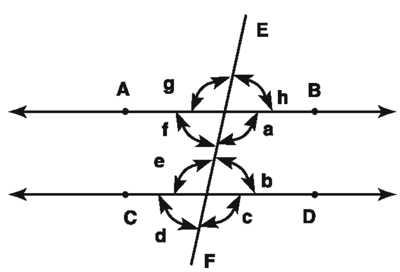


দ্রষ্টব্য : AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল বোঝাতে সংক্ষেপে AB || CD লেখা হয়।

৪.৩। সমান্তরাল রেখা সংক্রান্ত দুইটি স্বীকার্য

(ক) ইউক্লিডের সমান্তরাল স্বীকার্য : একটি সরলরেখায় অবস্থিত নয় এরূপ কোনো বিন্দু দিয়ে সরলরেখাটির সমান্তরাল একটি ও কেবল একটি সরলরেখা আঁকা যায়।
(খ) প্লেফেয়ারের স্বীকার্য : দুইটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখার প্রত্যেকটি কোণ তৃতীয় সরলরেখার সমান্তরাল হতে পারে না।

৪.৪। একান্তর কোণ, অনুরূপ কোণ, ছেদকের একই পার্শ্বস্থ অন্তঃস্থ কোণ

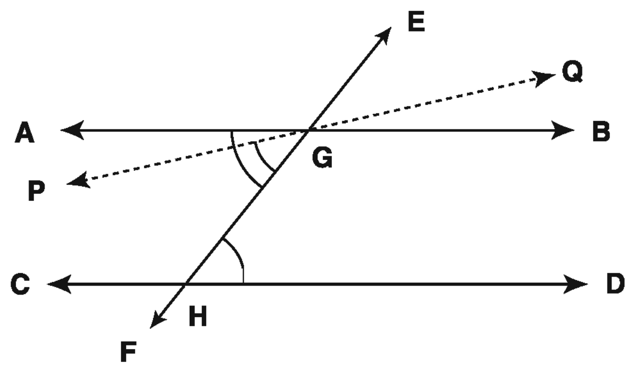


উপরের চিত্রে AB ও CD দুইটি পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা এবং এদের ছেদক EF.
ছেদকটি AB ও CD সরলরেখা দুইটির সঙ্গে যে কোণগুলো তৈরি করেছে তাদেরকে a, b, c, d, e, f, g, h দ্বারা নির্দেশ করা হল। এ কোণগুলোর মধ্যে–
(ক) a এবং c, h এবং b, g এবং e, d এবং f হল পরস্পর অনুরূপ কোণ।
(খ) f এবং b, a এবং e পরস্পর একান্তর কোণ।
(গ) a এবং b হল ছেদকের ডানপাশের অন্তঃস্থ কোণ।
(ঘ) f এবং e হল ছেদকের বামপাশের অন্তঃস্থ কোণ।

মন্তব্য : (১) যে সরলরেখা দুইটি সরলরেখাকে ছেদ করে তাকে ছেদক বলে।
(২) পূর্ব পৃষ্ঠায় অঙ্কিত দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার ক্ষেত্রে একান্তর কোণ, অনুরূপ কোণ, অন্তঃস্থ কোণের বর্ণনা দেওয়া হয়েছে। সমান্তরাল নয় এবং পরস্পর ছেদ করে এমন দুইটি সরলরেখার ক্ষেত্রেও একইভাবে একান্তর কোণ, অনুরূপ কোণ ও অন্তঃস্থ কোণের বর্ণনা দেওয়া যায়।

উপপাদ্য ৪

একটি সরলরেখা অপর দুইটি সমান্তরাল সরলরেখাকে ছেদ করলে (ক) একান্তর কোণ দুইটি সমান হবে, (খ) অনুরূপ কোণ দুইটি সমান হবে এবং (গ) ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুইটির সমষ্টি দুই সমকোণ হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB ও CD দুইটি সমান্তরাল সরলরেখাকে EF সরলরেখা যথাক্রমে G ও H বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

(ক) $\angle AGH =$ একান্তর $\angle DHG$ (খ) $\angle BGE =$ অনুরূপ $\angle DHG$

(গ) $\angle BGH + \angle DHG =$ ২ সমকোণ।

প্রমাণ : (ক) যদি $\angle AGH$ ও $\angle DHG$ পরস্পর সমান না হয়, তবে G বিন্দুতে $\angle DHG$ এর সমান করে $\angle PGH$ আঁকি।

এবার GP ও CD সরলরেখা দুইটিকে EF সরলরেখা যথাক্রমে G ও H বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং

$\angle PGH =$ একান্তর $\angle GHD$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore$ $GP \parallel CD$

কিন্তু $AB \parallel CD$ [দেওয়া আছে]

সুতরাং দুইটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখা PG ও AB এর প্রত্যেকটি তৃতীয় সরলরেখা CD এর সমান্তরাল যা অসম্ভব। [প্লেফেয়ারের স্বীকার্য]

$\therefore$ $\angle AGH, \angle DHG$ এর অসমান হতে পারে না।

অর্থাৎ $\angle AGH =$ একান্তর $\angle DHG$ [প্রমাণিত]

(খ) AB ও CD দুইটি পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা এবং EF সরলরেখা এদের ছেদক।

$\therefore$ $\angle AGH =$ একান্তর $\angle DHG$ [(ক) এ প্রমাণিত]

আবার $\angle AGH =$ বিপ্রতীপ $\angle BGE$, যেহেতু পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখা দ্বারা উৎপন্ন বিপ্রতীপ কোণগুলো পরস্পর সমান।

সুতরাং $\angle BGE =$ অনুরূপ $\angle DHG$ [প্রমাণিত]

(গ) AB ও CD দুইটি পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা এবং EF সরলরেখা এদের ছেদক,

$\therefore$ $\angle DHG$ = অনুরূপ $\angle BGE$. [(খ) প্রমাণিত]

উভয় পক্ষে $\angle BGH$ যোগ করে আমরা পাই,

$\angle BGH + \angle DHG = \angle BGH + \angle BGE = \angle EGH$ = ২ সমকোণ।

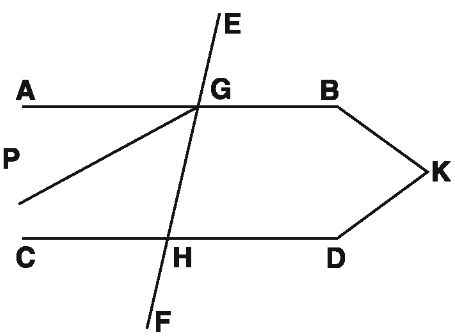
[কারণ $\angle EGH$ একটি সরলকোণ , যা দুই সমকোণের সমান]

$\therefore$ $\angle BGH + \angle DHG$ = ২ সমকোণ। [প্রমাণিত]

উপপাদ্য ৫

দুইটি সরলরেখা অপর একটি সরলরেখাকে ছেদ করলে, যদি (ক) কোণগুলো সমান হয় অথবা (খ) অনুরূপ কোণগুলো সমান হয় অথবা (গ) ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুইটির সমষ্টি দুই সমকোণের সমান হয়, তবে ঐ রেখা দুইটি সমান্তরাল হবে।

(ক) একান্তর কোণগুলো সমান



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB ও CD দুইটি সরলরেখাকে EF সরলরেখা যথাক্রমে G ও H বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle AGH$ = একান্তর $\angle DHG$ হলে,

প্রমাণ করতে হবে যে, AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল।

প্রমাণ : যদি AB ও CD সমান্তরাল না হয়, তবে ধরি PG সরলরেখা G বিন্দু দিয়ে CD রেখার সমান্তরাল (ইউক্লিডের স্বীকার্য অনুযায়ী)

তাহলে $\angle PGH$ = একান্তর $\angle DHG$

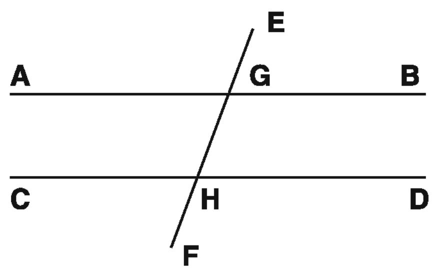
কিন্তু দেওয়া আছে $\angle AGH = \angle DHG$

$\therefore$ $\angle PGH = \angle AGH$

কিন্তু এটা অসম্ভব, কারণ এদের একটি অপরটির অংশ। অর্থাৎ, PG, CD এর সমান্তরাল নয়।

কাজেই AB ও CD রেখা সমান্তরাল । [প্রমাণিত]

(খ) অনুরূপ কোণগুলো সমান



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB ও CD রেখাদ্বয়কে EF রেখা যথাক্রমে G এবং H বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং $\angle BGE =$ অনুরূপ $\angle DHG$. প্রমাণ করতে হবে যে, AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল।

প্রমাণ : AB এবং EF পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে।

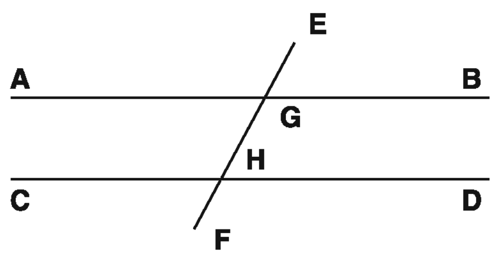
সুতরাং $\angle AGH =$ বিপ্রতীপ $\angle BGE$

$\therefore$ $\angle AGH = \angle DHG$. [যেহেতু দেওয়া আছে, $\angle BGE = \angle DHG$]

কিন্তু এরা একান্তর কোণ।

$\therefore$ AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল। [প্রমাণিত]

(গ) ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুইটির সমষ্টি দুই সমকোণ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB ও CD রেখাদ্বয়কে EF রেখা যথাক্রমে G এবং H বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং $\angle BGH + \angle DHG =$ দুই সমকোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল।

প্রমাণ : যেহেতু একই সরলরেখায় অবস্থিত দুইটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ,

$\therefore$ $\angle BGH + \angle BGE =$ দুই সমকোণ

এবং $\angle BGH + \angle DHG$ = দুই সমকোণ [দেওয়া আছে]

$\therefore$ $\angle BGH + \angle BGE = \angle BGH + \angle DHG$.

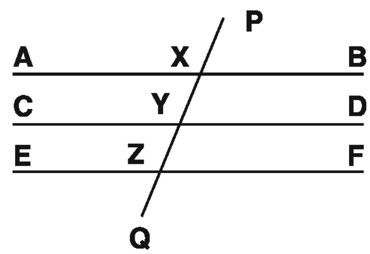
উভয় পক্ষ থেকে $\angle BGH$ বাদ দিলে, $\angle BGE = \angle DHG$.

কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ।

সুতরাং AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল । [প্রমাণিত]

উপপাদ্য ৬

যেসব রেখা একই সরলরেখার সমান্তরাল তারা পরস্পর সমান্তরাল।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB ও CD সরলরেখার প্রত্যেকেই EF সরলরেখার সমান্তরাল।

প্রমাণ করতে হবে যে, AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল।

অঙ্কন : PQ ছেদক আঁকি যা AB, CD ও EF কে যথাক্রমে X ,Y ও Z বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ : AB ও EF পরস্পর সমান্তরাল এবং PQ এদের ছেদক।

$\therefore$ $\angle AXQ$ = একান্তর $\angle PZF$.

আবার, CD ও EF পরস্পর সমান্তরাল এবং PQ এদের ছেদক।

$\therefore$ $\angle PYD$ = অনুরূপ $\angle PZF$.

সুতরাং $\angle AXQ = \angle PYD$. [কারণ , প্রত্যেকে $\angle PZF$ এর সমান]

কিন্তু এরা AB ও CD সরলরেখা দুইটির মধ্যে একান্তর কোণ।

$\therefore$ AB ও CD সরলরেখা পরস্পর সমান্তরাল। [প্রমাণিত]

অনুশীলনী ৪.১

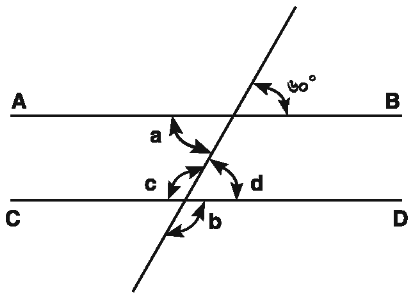
১। প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির সমান্তরাল রেখা তার অপর বাহুদ্বয়ের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

২। কোনো সরলরেখা যদি দুইটি সমান্তরাল সরলরেখাকে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, একান্তর কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

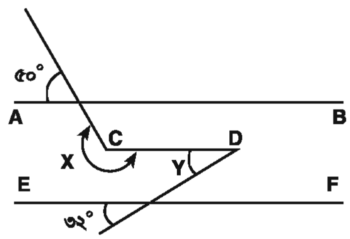
৩। AB রেখাংশের A ও B বিন্দুতে AB এর বিপরীত পাশে অঙ্কিত $\angle BAX$ ও $\angle ABY$ পরস্পর সমান। কোণ দুইটি যথাক্রমে AP ও BQ দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হলে প্রমাণ কর যে, AP ও BQ পরস্পর সমান্তরাল।

৪। AB ও CD দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা। প্রমাণ কর যে, PQ সরলরেখা AB এর উপর লম্ব হলে, তা CD এর উপরও লম্ব হবে।

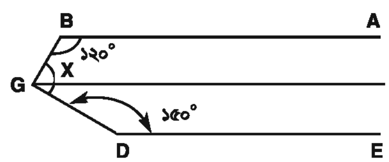
৫। নিচের চিত্রে AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল। চিত্রে a, b, c, d এর মান কত ?



৬। নিচের চিত্রে AB, CD, EF পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা। চিত্রে x ও y এর মান কত?



৭। নিচের চিত্রে AB, GH ও ED পরস্পর সমান্তরাল । চিত্রে x এর মান কত ?

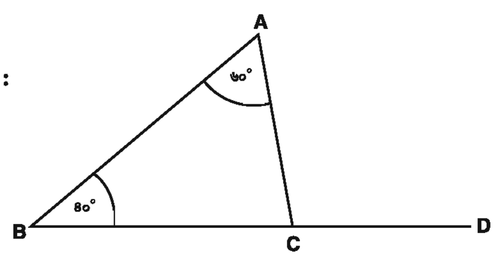


৮। নিম্নের কোণসমূহের মান নির্ণয় কর :

(ক)

$\angle ACB$ = কত ?

$\angle ACD$ = কত ?

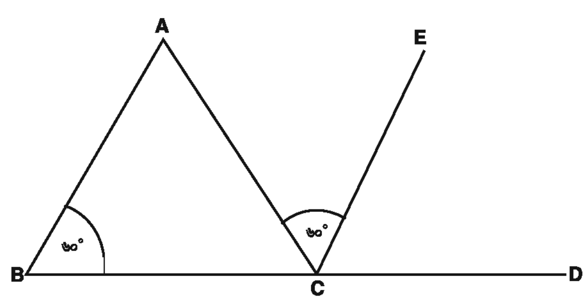


(খ)

$\angle BAC$ = কত ?

$\angle ECD$ = কত?

$\angle ACB$ = কত ?

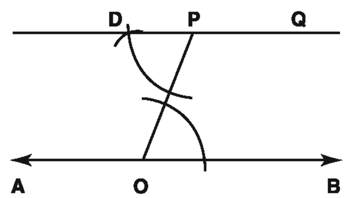


পঞ্চম অধ্যায়

সমান্তরাল রেখা : সম্পাদ্য

সম্পাদ্য ৭

একটি রেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু দিয়ে ঐ রেখার সমান্তরাল একটি সরলরেখা আঁকতে হবে।



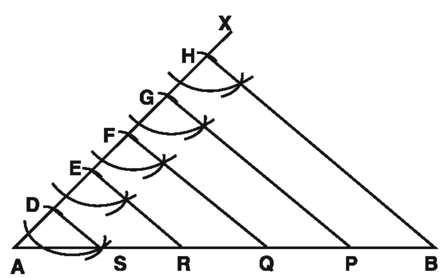
মনে করি, AB একটি সরলরেখা ও P তার বহিঃস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। P বিন্দু দিয়ে AB এর সমান্তরাল করে একটি রেখা আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : AB এর উপর একটি বিন্দু O নিই। P ও O যোগ করি।
OP এর যে পাশে $\angle POB$ অবস্থিত তার বিপরীত পাশে OP এর P বিন্দুতে $\angle POB$ এর সমান করে $\angle DPO$ আঁকি। এখন DP যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে ডানদিকে বর্ধিতাংশের উপর একটি বিন্দু Q নিই।
তাহলে, DQ সরলরেখাই উদ্দিষ্ট সমান্তরাল সরলরেখা।

সম্পাদ্য ৮

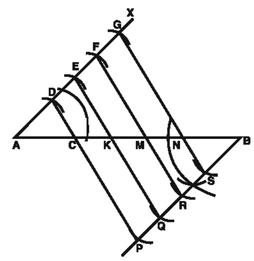
একটি নির্দিষ্ট রেখাংশকে পাঁচটি সমান অংশে বিভক্ত করতে হবে।

প্রথম পদ্ধতি :



মনে করি, নির্দিষ্ট AB রেখাংশকে সমান পাঁচ অংশে বিভক্ত করতে হবে।
অঙ্কনের বিবরণ : A বিন্দুতে যে-কোনো কোণ $\angle BAX$ আঁকি। AX থেকে পর পর একই দৈর্ঘ্যের AD, DE, EF, FG ও GH অংশ কাটি । H ও B যোগ করি। AX এর যে পাশে $\angle AHB$ কোণটি অবস্থিত, ঐ পাশে G, F, E ও D বিন্দুগুলোতে $\angle AHB$ এর সমান করে কোণগুলো আঁকি।
কোণগুলোর বাহু AB কে যথাক্রমে P, Q, R ও S বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, AB রেখাংশ P, Q, R ও S বিন্দু দ্বারা পাঁচটি সমান অংশে বিভক্ত হবে ।

দ্বিতীয় পদ্ধতি :



মনে করি, নির্দিষ্ট রেখাংশ AB সমান পাঁচ অংশে বিভক্ত করতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ : A বিন্দুতে যে-কোনো কোণ $\angle BAX$ আঁকি। AB এর যে পাশে AX অবস্থিত তার বিপরীত পাশে B বিন্দু দিয়ে $BY \parallel AX$ আঁকি।

AX থেকে পর পর একই দৈর্ঘ্যের AD , DE, EF ও FG এ চারটি অংশ কাটি। আবার BY থেকেও ঐ একই দৈর্ঘ্যের সমান চারটি অংশ BS, SR, RQ ও QP কাটি।

D ও P, E ও Q, F ও R এবং G ও S যোগ করি।

DP, EQ, FR ও GS রেখাংশ AB কে যথাক্রমে C, K, M ও N বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, AB রেখাংশ C, K, M ও N বিন্দুগুলো দ্বারা পাঁচটি সমান অংশে বিভক্ত হবে।

মন্তব্য : কোনো রেখাংশকে উপরের পদ্ধতিতে যে-কোনো সংখ্যক সমান খণ্ডে বিভক্ত করা যায়। তবে জোড়-সংখ্যক খণ্ডে বিভক্ত করার জন্য রেখাংশকে দ্বিখণ্ডিত করার পদ্ধতি ব্যবহার করা যেতে পারে।

অনুশীলনী ৪.২

১। ৮ সে. মি. দৈর্ঘ্যের একটি রেখাংশকে সমান তিন অংশে বিভক্ত কর।

২। একটি রেখাংশ আঁক এবং রেখাংশটিকে সমান সাত অংশে বিভক্ত কর।

৩। ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D নির্ণয় কর। AD কে AE, EF, FD এই তিনটি সমান অংশে বিভক্ত কর।

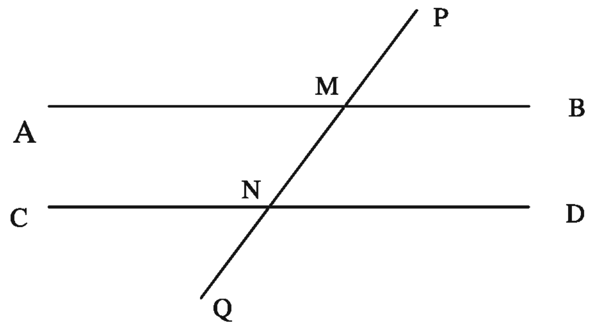
৪। একটি ত্রিভুজ ABC আঁক। AB কে D বিন্দু দ্বারা সমান দুইটি অংশে বিভক্ত কর। D বিন্দু দিয়ে BC এর সমান্তরাল রেখা আঁক। ঐ সমান্তরাল রেখা যদি AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে, তবে রুলারের সাহায্যে মেপে দেখাও যে, $AE = CE$.

৫। রুলার ও কম্পাসের সাহায্যে ৬০° এর সমান করে $\angle ABC$ আঁক। C বিন্দু দিয়ে BA এর এবং A বিন্দু দিয়ে BC এর সমান্তরাল সরলরেখা দুইটি আঁক।

৬। ৭ সে.মি. দৈর্ঘ্যের রেখাকে দুই পদ্ধতিতে সমান চার অংশে বিভক্ত কর।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

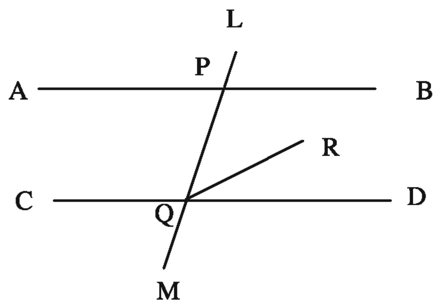
১। চিত্রটি লক্ষ কর :



চিত্রের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক একান্তর কোণ নির্দেশ করে ?

ক. $\angle AMP$, $\angle CNP$ খ. $\angle CNP$, $\angle BMQ$
গ. $\angle BMP$, $\angle BMQ$ ঘ. $\angle BMP$, $\angle DNQ$

২।



$AB \parallel CD$, LM তাদের ছেদক।

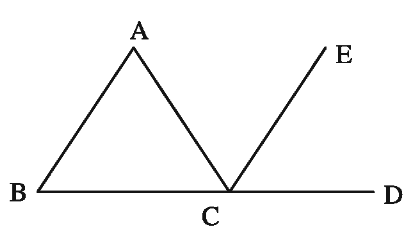
QR, $\angle LQD$ এর সমদ্বিখণ্ডক এবং

$\angle APM = 60°$

$\angle DQR$ এর মান নিচের কোনটি ?

ক. $30°$ খ. $60°$
গ. $90°$ ঘ. $120°$

৩।



চিত্রে, $AB \parallel CE$, $\angle A = 50°$ এবং $\angle ACB = 55°$ হলে, $\angle DCE$ এর মান নিচের কোনটি ?

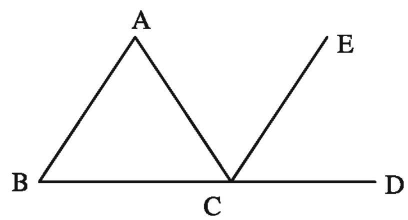
ক. $50°$ খ. $55°$
গ. $75°$ ঘ. $105°$

৪। i. দুইটি সমান্তরাল রেখার কোনো সাধারণ বিন্দু নেই
ii. সরলরেখার প্রান্তবিন্দু রয়েছে
iii. দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার লম্ব-দূরত্ব সর্বদা সমান

ওপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii খ. i ও iii
গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৫ - ৭ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে, $AB = AC$ এবং $\angle A = 50°$ এবং $AB \parallel CD$, $AB = 4$ সে.মি. ।

৫। $\angle ABC$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি ?

ক. $50°$ খ. $60°$
গ. $65°$ ঘ. $130°$

৬। ΔABC এর পরিসীমা 15 সে.মি. হলে, BC বাহুর মান নিচের কোনটি ?

ক. 4 সে.মি. খ. 7 সে.মি.
গ. 8 সে.মি. ঘ. 11 সে.মি.

৭। নিচের কোনটি $\angle ACE$ এর পূরক কোণের মান ?

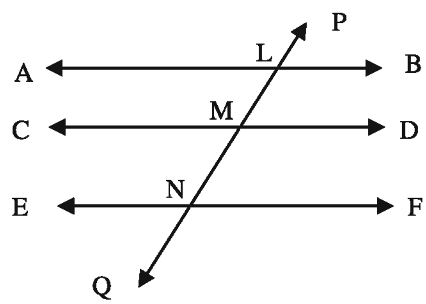
ক. $40°$ খ. $50°$
গ. $65°$ ঘ. $130°$

সৃজনশীল প্রশ্ন

১। ΔABC এ $AB = AC$। ভূমি BC এর সমান্তরাল EF রেখা AB ও AC কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। $ED \perp BC$.

ক. ওপরের তথ্যটি একটি জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ কর।
খ. E বিন্দু হতে BC এর ওপর ED লম্ব এবং $\angle B = 60°$ হলে, $\angle BED$ এর মান বের কর।
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle AEF = \angle AFE$.

২। পাশের জ্যামিতিক চিত্রটি লক্ষ কর :

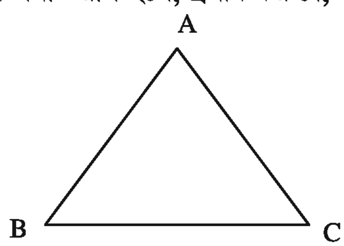


ক. AB ও CD সমান্তরাল হলে, $(\angle ALM + \angle CML)$ এর মান বের কর।

খ. দেখাও যে, $\angle ALN = \angle DML$

গ. AB ও EF পরস্পর সমান্তরাল হলে, প্রমাণ কর যে, CD ও EF পরস্পর সমান্তরাল।

৩। নিচের চিত্রটি লক্ষ কর :



ক. AB রেখার মধ্যবিন্দু D নির্ণয় কর।

খ. D বিন্দু দিয়ে BC এর সমান্তরাল DE রেখা অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)।

গ. $AM \perp BC$ হলে, প্রমাণ কর যে, $AM \perp DE$.

উত্তরমালা

পাটিগণিত

প্রশ্নমালা ১.১

১। ২০, ০৭০; ৩০, ০০৮; ৫৫, ৪০০।
২। ৪, ০৫, ০০০; ৭, ০২, ০৭৫।
৩। ৭৬, ০৯, ০৭০; ৩০, ০০, ৯০৪।
৪। ৫, ০৩, ০২, ০০৭।
৫। ৯৮, ০৭, ০৫, ০০৯।
৬। ১০২, ০০, ০৫, ৭০৮।
৭। ৯৫৫, ০৭, ০০, ০৯০।
৮। ৩, ৫০০, ৮৫, ০০, ৯২১।
৯। ৯, ০০৫, ০৭, ০১, ৯০০।
১০। ১০, ৫০৮, ৭০,০০,০০৫।

১১। পঁয়তাল্লিশ হাজার সাতশত ঊননব্বই; একচল্লিশ হাজার সাত; সাতষট্টি হাজার সাত।

১২। দুই লক্ষ আটাত্তর; সাত লক্ষ নব্বই হাজার ছয় শত আটাত্তর; আট লক্ষ নব্বই হাজার পঁচাত্তর।

১৩। চুয়াল্লিশ লক্ষ সাতশত পঁচাশি; আটষট্টি লক্ষ সত্তর হাজার পাঁচ শত নয়; একাত্তর লক্ষ পাঁচ হাজার সত্তর।

১৪। পাঁচ কোটি আট লক্ষ সাতাত্তর হাজার তিন; নয় কোটি তেতাল্লিশ লক্ষ নয় হাজার সাত শত নিরানব্বই ; আট কোটি ঊনচল্লিশ লক্ষ সাত শত পঁয়ষট্টি।

১৫। সতেরো কোটি সাত লক্ষ ছাপ্পান্ন হাজার আট শত সাঁইত্রিশ; সাতচল্লিশ কোটি ছেষট্টি লক্ষ সাত হাজার পাঁচ শত।

১৬। পাঁচ শত আঠারো কোটি সাতাত্তর লক্ষ নয় শত তিরাশি; সাত শত সাতাশ কোটি তেয়াত্তর হাজার পাঁচ শত নব্বই।

১৭। নয় শত ছিয়ানব্বই কোটি সাত লক্ষ সাত শত; নয় শত সাত কোটি।

১৮। তিন হাজার চার শত সাতাত্তর কোটি নয় হাজার পঁচাশি; সাত হাজার নয় শত সাতান্ন কোটি সাত লক্ষ পাঁচ শত ঊনপঞ্চাশ।

১৯। আট হাজার নয়শত সাত কোটি চুয়ান্ন লক্ষ আটাশি হাজার তিন শত আটত্রিশ; নয় হাজার সাত কোটি তিন লক্ষ পাঁচ।

২০। দশ হাজার পাঁচ শত তেত্রিশ কোটি পঁচাশি; দশ হাজার সত্তর কোটি পঞ্চাশ হাজার।

২১। (ক) সত্তর, দুই; (খ) তিন শত, পঞ্চাশ, নয়; (গ) চার হাজার, দুই শত, তিন; (ঘ) সত্তর হাজার, আট শত, নয়; (ঙ) দশ কোটি, তিন কোটি, চল্লিশ হাজার , পাঁচ হাজার, সত্তর, আট; (চ) বিশ কোটি, পাঁচ কোটি, নয় হাজার, সাত শত নয়; (ছ) পাঁচ শত কোটি, নব্বই কোটি, সাত হাজার, আট শত, চল্লিশ ,পাঁচ; (জ) নব্বই কোটি, সাত লক্ষ, পঞ্চাশ হাজার, আট হাজার, চার শত, ত্রিশ, দুই; (ঝ) দশ হাজার কোটি, পাঁচ শত কোটি, সত্তর কোটি, আট কোটি, নয় লক্ষ, বিশ হাজার, তিন হাজার, চার।

২২। ৯৯, ৯৯, ৯৯, ৯৯৯; ১০, ০০, ০০, ০০০। ২৩। (ক) ৯৮, ৫৪, ৩২১; ১২, ৩৪, ৫৮৯। (খ) ৯৮, ৭৫, ৪৩০; ৩০, ৪৫, ৭৮৯। ২৪। ৭৯, ৯৯, ৯৯৬; ৭০, ০০, ০০৬।

২৫। পঞ্চান্ন হাজার চার শত সাঁইত্রিশ।

প্রশ্নমালা ১.২

১। (ক) ১৮৩, ৫৪৬, ৫০৭০, ৬৭৭৪ (খ) ২২৪, ৬০২৮, ৯৭৫০০ (গ) ৩৭৫, ৯৩৫, ১৬০০, ৪৬০৫, ৮৫৩৫ (ঘ) ৩৭২, ১০৭৪, ৫২৭৪ (ঙ) ১২৬, ৪৩২, ১৭৩৭, ৮০১০।

২। ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩, ২৯, ৩১,৩৭,৪১, ৪৩, ৪৭।

৩। ৫, ৭, ১৫, ২১, ৩৫, ১০৫। ৪। (ক), (গ) ও (ঙ)

৫। ৮ ৬। (ক) ০ ও ৯ (খ) ৮ (গ) ৫ (ঘ) ২ (ঙ) ৬।

প্রশ্নমালা ১.৩

১। (ক) ১২ (খ) ১১ (গ) ১৫ (ঘ) ৬৯ (ঙ) ১৬ (চ) ১১ (ছ) ১৫ (জ) ১৬।

২। (ক) ১৯ (খ) ৩১ (গ) ১২ (ঘ) ৯ (ঙ) ১৫১ (চ) ১৯ (ছ) ৬১ (জ) ২২১ (ঝ) ১ (ঞ) ১।

৩। ৩ ৪। ১২ ৫। ২৪ ৬। ৮১ বর্গকি. ৭। ২৮ লিটার।

৮। ৫৪০ টি পরিবার, শাড়ি ২টি, লুঙ্গি ৩টি, জামা ৫টি ।

৯। ৯৬ সে.মি.; লোহার পাত ৭ টুকরা, তামার পাত ১০ টুকরা।

১০। ৫ কেজি ১১। ৭৫ লিটার; ৩, ৫, ৭ কলসি। ১২। ৫০ পয়সা। ১৩। ১৩ জন।

প্রশ্নমালা ১.৪

১। (ক) ১০০ (খ) ১৪৪ (গ) ২৫২ (ঘ) ৪৮০ (ঙ) ৩৬০ (চ) ৩১৮৫ (ছ) ৩৩৬ (জ) ৮৬৪।

২। (ক) ১৫০ (খ) ১৬৮ (গ) ৬০০ (ঘ) ৮৪০ (ঙ) ২৪০ (চ) ৩০২৪ (ছ) ৭৯২ (জ) ৭৯২০।

৩। ৭৭ ৪। ৯১ ৫। ৩৫৯৫ ৬। ৯৯৩৭০ ৭।১০০৫০০ ৮। ৪৩০, ৪৯০

৯। ২ মিনিট ১০। ৪৮০ কি.মি ১১। ৫৬। ১২। ৭২ ১৩। ১১।

প্রশ্নমালা ২.১

১। (ক) ৩, ২০, ১২ (খ) ৮, ২৭, ৩০ (গ) ৮৪, ৫৬, ৯০ (ঘ) ৫২, ৮৪, ১০৮।

২। (ক) $\frac{৬৪}{৯৬}, \frac{৭২}{৯৬}, \frac{১০}{৯৬}, \frac{১৭}{৯৬}$ (খ) $\frac{৬০}{৭২}, \frac{২৭}{৭২}, \frac{৩০}{৭২}, \frac{২২}{৭২}$ ।

৩। (ক) সমতুল নয় (খ) সমতুল (গ) সমতুল (ঘ) সমতুল নয়।

৪। (ক) $\frac{১}{২}, \frac{৩}{৫}, \frac{৩৩}{৫০}, \frac{৭}{১০}$ (খ) $\frac{৫}{১২}, \frac{৩}{৪}, \frac{৬}{৭}, \frac{৭}{৮}$ (গ) $\frac{১৭}{২৪}, \frac{৩১}{৩৬}, \frac{৫৩}{৬০}, \frac{৬৫}{৭২}$

(ঘ) $\frac{১২}{১৭}, \frac{২৭}{৩৪}, \frac{৪৩}{৫১}, \frac{৯৮}{১০৫}$ ।

৫। (ক) $\frac{৬}{৭}, \frac{৫০}{৬৩}, \frac{৭}{৯}, \frac{১৬}{২১}$ (খ) $\frac{৫১}{৬৫}, \frac{১৭}{২৫}, \frac{২৩}{৪০}, \frac{৬৭}{১৩০}$ (গ) $\frac{১০৩}{২৪০}, \frac{৫৭}{১৬০}, \frac{৫}{১৬}, \frac{১৭}{৮০}$

(ঘ) $\frac{৬১}{২১০}, \frac{৯৭}{৩৫০}, \frac{১৭}{৭০}, \frac{১}{৫}$ ।

প্রশ্নমালা ২.২

১। (ক) $\frac{১৭}{১৮}$ (খ) ১২ $\frac{১৩}{২৪}$ (গ) ২৯ $\frac{১৯}{৫৬}$ (ঘ) ৪১ $\frac{২}{১৫}$ (ঙ) ১১ $\frac{৭}{৫১}$

(চ) ৩১ $\frac{৫}{১৬}$ (ছ) ১৭ $\frac{১০৬}{১৪৭}$ (জ) ২১ $\frac{১৭}{২০}$ (ঝ) ৩৫ কি. গ্রা. ১৮ $\frac{১৮}{২৫}$ গ্রা.

(ঞ) ১৯০ কুইন্টাল ৫৪ $\frac{৩}{২৫}$ কি.গ্রা.।

২। (ক) ৬ $\frac{৫}{৮}$ (খ) ১৩ $\frac{১৭}{১৮}$ (গ) ১০ $\frac{১}{২১}$ (ঘ) ৯ $\frac{৫৫}{৫৬}$ (ঙ) ২ $\frac{৪১}{৬৪}$

(চ) ৮ $\frac{৪৭}{৪৯}$ (ছ) ১০ $\frac{১৩}{৬৩}$ (জ) ৬ $\frac{১৯}{১২০}$ (ঝ) ৫০ কুইন্টাল ২ $\frac{৯৩}{১০০}$ কি. গ্রা.

(ঞ) ৮ কেজি ২ $\frac{২৩}{২৫}$।

৩। (ক) ১ $\frac{৭}{১২}$ (খ) ৫ $\frac{৮}{৯}$ (গ) ১ $\frac{১৫}{১৬}$ (ঘ) $\frac{১৫}{৩২}$ (ঙ) ১৪ $\frac{৩}{৫৬}$ (চ) $\frac{২}{৭}$

(ছ) $\frac{১}{৩}$ (জ) ৪ $\frac{১১}{৩০}$।

৪। ৪০ $\frac{৫৯}{১০০}$ কেজি ৫। ৩ $\frac{৯}{১০}$ কি. মি. ৬। ২৯ $\frac{১৭}{২০}$ টাকা

৭। ৮ $\frac{২৯}{১০০}$ মিটার ৮। ৫১ $\frac{৫}{৪২}$ ৯। ৩১ $\frac{১২}{১৯}$ ১০। ২১ $\frac{১}{৫}$ টাকা।

প্রশ্নমালা ২.৩

১। (ক) ৩ (খ) ১৪ $\frac{২}{৩}$ (গ) ৮ (ঘ) ২৮ $\frac{৭}{১৬}$ (ঙ) ১৬ $\frac{৫}{১৬}$ (চ) ১৫ $\frac{৩৯}{৬৪}$ (ছ) ১ $\frac{১}{৪}$ (জ) ১২ $\frac{১}{২}$

২। (ক) ৪০ (খ) ৫ $\frac{১}{৩}$ (গ) $\frac{২৯}{১০০}$ (ঘ) ৩১ $\frac{২১}{২৫}$ (ঙ) ২০ (চ) ১ $\frac{৭}{৮}$ (ছ) $\frac{২৩}{২৫}$

৩। (ক) ৩ (খ) ১ (গ) $\frac{৭}{৩০}$ (ঘ) $\frac{১}{৫}$ (ঙ) ১ $\frac{৯}{১১}$ (চ) ১ $\frac{৭}{২০}$ (ছ) ২৬ $\frac{১}{৪}$

৪। ১০০ ৫। ৯০০ টি ৬। ১৭৭ $\frac{৩}{৫}$ বর্গমিটার ৭। ৮৯০ $\frac{২৪}{২৫}$ টাকা ৮। ১ $\frac{১৩}{৩২}$।

৯। ১,৬০,০০০ টাকা । ১০। ১৮ $\frac{৮৮}{২৮৯}$। ১১। ১$\frac{১}{২}$ কেজি ।

১২। মোট নম্বর ৯০০, মায়া পেয়েছে ৭৫০, ছায়া পেয়েছে ৭২০। ১৩। ৩২ বছর, ২৮ বছর।

১৪। গম, চাল, চিনি ও ময়দা যথাক্রমে ৪ কেজি, ২ কেজি, ১ কেজি, $\frac{১}{২}$ কেজি ।

১৫। (ক) ৬৪$\frac{১}{১০}$ কেজি, (খ) ৭৪$\frac{২}{৫}$ কেজি, (গ) ৬৮$\frac{৭}{১০}$ কেজি ।

প্রশ্নমালা ২.৪

১। (ক) $\frac{৪}{২২৫}$ (খ) $\frac{৫}{৬}$ (গ) $\frac{৭}{৬০}$ (ঘ) $\frac{৭}{৮}$ (ঙ) $\frac{১}{১২০}$ (চ) $\frac{২}{৫}$ (ছ) $\frac{৭}{৪০}$ (জ) $\frac{১}{২০}$ ।

২। (ক) ২$\frac{৫}{৮}$ (খ) ২৭$\frac{৩}{৫}$ (গ) ৬০ (ঘ) ১৭$\frac{১}{৭}$ (ঙ) ১৪$\frac{২}{৫}$

(চ) ২৬$\frac{১}{৪}$ (ছ) ১৮০ (জ) ১২৬০ ।

৩। (ক) ৬০, $\frac{১}{২১}$ (খ) $\frac{৪}{৭}$, $\frac{৪}{২১}$ (গ) ২$\frac{১}{২}$, $\frac{১}{৪৮}$ (ঘ) ৩$\frac{৩}{৪}$, $\frac{১}{৪৮}$ (ঙ) ৪২, $\frac{১}{৫৫}$

(চ) ৩$\frac{১}{৫}$, $\frac{৮}{৭৫}$ (ছ) ৫$\frac{৫}{৮}$, $\frac{১}{৪৮০}$ ।

৪। $\frac{৫}{১৬}$ । ৫। $\frac{১}{১৬০}$। ৬। ৬$\frac{৭}{৮}$ লিটার, ১৪ বালতি , ১৫ বালতি। ৭। ২৮$\frac{৩৭}{৪০}$ ।

৮। ২ ঘণ্টা ৬ মিনিট।

প্রশ্নমালা ২.৫

১। ১। ২। $\frac{১}{১২}$ । ৩। $\frac{৫}{১৬}$। ৪। $\frac{১১}{১৪}$। ৫। ১। ৬। ১$\frac{১}{২}$ । ৭। $\frac{১}{১৬}$ । ৮। ১।

৯। ১$\frac{১}{২৭}$ । ১০। ৪$\frac{৫}{১২}$। ১১। ৬। ১২। ১। ১৩। $\frac{১}{২৬}$। ১৪। ১। ১৫। ১।

১৬। ১। ১৭। ৪$\frac{৩}{৪}$। ১৮। ২। ১৯। $\frac{৪}{৫}$ । ২০। ১০$\frac{৯}{৬৪}$ ।

প্রশ্নমালা ২.৬

১। (ক) ১৩৩·৫৬ (খ) ১·০১১২ (গ) ৭৮৮·১৬২ (ঘ) ৪·১৮৩ (ঙ) ৭৬·৩১৬ (চ) ১২৫·৬১৬ ।

২। (ক) ২৯·১৮৫ (খ) ৮২·৮২৬৬ (গ) ১·৯৩২ (ঘ) ০·৭৫১২ (ঙ) ৮৬৬·০১৩ (চ) ২৬·৬৩২ ।

৩। (ক) ৮·২৬৮ (খ) ২৮৭·০৬৯ (গ) ০·২১১৮৯ (ঘ) ০·০০১১৮৮ (ঙ) ৭৫৪ (চ) ২·৯৭৪০৮৬
(ছ) ৫৬৭৮·৯ (জ) ·০০০০১০৫ (ঝ) ৩১·৪১৩৮৮৮ (ঞ) ২৪·২৩৯৫৯৬০৫ ।

৪। (ক) ০·৩৯ (খ) ৫·২ (গ) ৩·৪ (ঘ) ৭৫০০ (ঙ) ৭৯০০ (চ) ০·৯৭০৬ (ছ) ১৩·৪৪
(জ) ০·০০০০০০০৫।

৫। (ক) ০·৮২৮(খ) ১৪৮·৭৭৫ (গ) ২৪৮৯২·৬০৮ (ঘ) ৪২৫·০৮৭ ।

৬। (ক) ৩·৪১৭ (খ) ৩·৫০৪ (গ) ১৯·৩৩৭৫ (ঘ) ১·০০০১২ (ঙ) ১৪ (চ) ৬·০৩৩ ।

৭। (ক) ·৯, ১০·৮ (খ) ·০৯, ৭·২ (গ) ·০১২৫, ১৭·৫ (ঘ) ·০২৫, ৩০ (ঙ) ·০১২, ৭·২ ।

৮। ৬০,০০০·০০ টাকা । ৯। ২০ মিটার । ১০। ·০২৬ অংশ বাড়ে । ১১। ৭,৫৫৭·৫৫ টাকা ।

১২। ১২,০০০·০০ টাকা ১৩। ·০৯৭ কিলোমিটার।

১৪। ক এর ১৭৪·০০ টাকা, খ এর ১৩৩·৪৫ টাকা, গ এর ১৯৭·৩০।

প্রশ্নমালা ৩

১। ৫৮ জন। ২। ৪১·৩৫। ৩। ১মি.৩৭ সে.মি.। ৪। ১৭২·৫৮ মিটার। ৫। ২০·১৫ সে.মি.।

৬। ১৪৫ টি। ৭।১৮ বছর । ৮। ৯৬ জন । ৯। ০·৬ কুইন্টাল বেশি হয়েছে। ১০। ১৪৬·৮ সে.মি.।

১১। ২৩ ডিগ্রি। ১২। ১২ বছর ৬ মাস। ১৩। ১৩৭টি, ১৬৪৪টি। ১৪। ক এর ৪৯০·০০ টাকা,
খ এর ৫২০·০০ টাকা, গ এর ৫৫০·০০ টাকা। ১৫। ৫০ রান। ১৬। ৪০ কিলোমিটার।

প্রশ্নমালা ৪.১

১। ১৮৭০·০০ টাকা। ২। ১ কুইন্টাল ১৯ কি.গ্রা. ৩। ২ ঘণ্টা ৪০ মি. ৪। ১০টি ব্যাগ।

৫। ১,০২৮·৫০ টাকা। ৬। ১০ দিন। ৭। ১৫ জন। ৮। ১৫ জন। ৯। ৪৮,৭৫০·০০ টাকা।

১০। ৭·৫০ টাকা। ১১। ২৭ দিন। ১২। ১৫০ জন। ১৩। ২৪ সেকেন্ড। ১৪। ৯ জন।

১৫। ১৫০ জন। ১৬। ১০ ঘণ্টা। ১৭। ৩ দিন। ১৮। ৪$\frac{১}{২}$ দিন। ১৯। ৩২ জন। ২০। ৫০ দিন।

২১। ১২ দিন। ২২। সম্পূর্ণ কাজ। ২৩। ১৪ জন। ২৪। ১৬ দিন।

প্রশ্নমালা ৪.২

১। (ক) ৭% (খ) ২৮% (গ) ৭৫% (ঘ) ৬৩ $\frac{৭}{১১}$ % (ঙ) ৩৭ $\frac{১}{২}$ % (চ) ১৮০% (ছ) ২২ $\frac{১}{২}$ %
(জ) ৬১ $\frac{৭}{১৩}$ % (ঝ) ২২০% (ঞ) ২৩ $\frac{৩}{৪}$ %।

২। (ক) $\frac{৩}{২৫}$ (খ) $\frac{৪৭}{১০০}$ (গ) $\frac{১}{৪}$ (ঘ) $\frac{৩৭}{৪০০}$ (ঙ) $\frac{১২৭}{৪০০}$ (চ) ১ $\frac{১}{২}$ (ছ) $\frac{২}{১৫}$
(জ) $\frac{৭১}{২০০}$ (ঝ) ২ $\frac{১}{২০}$ (ঞ) $\frac{৮}{৪৫}$ ।

৩। (ক) ১০৫ (খ) ২০০ (গ) ২৭ টাকা (ঘ) ৪৭ $\frac{১}{৪}$ কেজি (ঙ) ৮৯ $\frac{৩}{৫}$ মিটার (চ) ৬ $\frac{৩}{৪}$ কি.মি.
(ছ) ১৬৮ $\frac{৬৭}{১০০}$ লিটার। (জ) ৪৬০ (ঝ) ১৭৬ কুইন্টাল (ঞ) ৭৩০।

৪। (ক) ২০% (খ) ১৪ % (গ) ৩৩ $\frac{১}{৩}$ % (ঘ) ২৫% (ঙ) ৫০% ।

৫। ৬,০০০.০০ টাকা। ৬। ৫,০০০.০০ টাকা । ৭। ৯০০ জন। ৮। ৬,১৫৬.০০ টাকা ।

৯। ৩ $\frac{১}{৮}$ %। ১০। ২০%। ১১। ৯২ $\frac{১}{২}$ % । ১২। ৯৩ $\frac{৩}{৪}$ % । ১৩। শতকরা ১২ টাকা।

১৪। ৩৭ $\frac{১}{২}$ % । ১৫। ১০ % । ১৬। ৬০০ জন । ১৭। ২৫% । ১৮। ২০%।

১৯। ২৩.৯৪ টাকা । ২০। ৩০০ কেজি।

প্রশ্নমালা ৪.৩

১। ২০% । ২। ৫% ক্ষতি। ৩। ৯০০·০০ টাকা। ৪। ৬২১০·০০ টাকা। ৫। ২৫%।

৬। ৬,৪০০·০০ টাকা। ৭। ৬,০৪৮·০০ টাকা। ৮। ২,৩৭৫·০০ টাকা।

৯। ৩ $\frac{১১}{১৩}$ %। ১০। প্রতি কেজি ৮·১০ টাকা। ১১। ২৫০·০০ টাকা।

১২। প্যান্টের ক্রয়মূল্য ৩০০ টাকা ও শার্টের ক্রয়মূল্য ২০০ টাকা।

১৩। ২ $\frac{৭}{৯}$ %ক্ষতি । ১৪। ৪০০·০০ টাকা ১৫। (ক) ২৫২ টাকা (খ) ২২৫ টাকা (গ) ১৮৩৬ টাকা।
(ঘ) ৩০৩·৮০ টাকা। (ঙ) ১৬৫০ টাকা। ১৬। ৭%। ১৭। ৪ বছর। ১৮। ৪ বছর।

১৯। ১,৭০০ টাকা। ২০। ২,১৫৬ টাকা। ২১। ৭%। ২২। ৩ বছর। ২৩। ১,৫০০ টাকা।

২৪। ২,৬১০ টাকা। ২৫। ১,২৫০ টাকা। ২৬। ৪ বছর ।

২৭। ১,৪৬০ টাকা। ২৮। ২০% ২৯। ১২ $\frac{১}{২}$ %। ৩০। ৬ $\frac{১}{৪}$ বছর।

বীজগণিত

প্রশ্নমালা 1.1

6. (i) $2+b$ (ii) $5-a$ (iii) mn (iv) $7x$ (v) $\frac{p}{q}$

7. (i) $\frac{x}{3}$ (ii) $\frac{1}{2}(x+y)$ (iii) $\frac{2}{3}(a-b)$ (iv) $a-b+x$.

9. $\frac{m}{p}+\frac{n}{q}$. 10. $3+a=z$. 11. $kx = my = nz$.

12. (i) (খ) (ii) (গ) (iii) (ক)

প্রশ্নমালা 1.2

1. (i) 3 (ii) 7 (iii) 2 (iv) 2 (v) 9 2. $8xy$

3. abd. 4. (i) $2x+2y$ (ii) $3a+b+2x+2y$ (iii) $2a+2b+3c$
(iv) $8a+6b$ (v) $4x+9y+9z$.

5. (i) 5টি বইয়ের দাম (ii) 7টি কলমের দাম (iii) 6 টি বই ও 3 টি কলমের একত্রে দাম
(iv) 8 টি বই ও 9 টি কলমের একত্রে দাম (v) 3 টি কলম ও একটি বইয়ের একত্রে দাম।

6. (i) $5x$ টাকা (ii) $13x$ টাকা (iii) $\frac{40}{x}$ কেজি (iv) $\frac{y}{x}$ কেজি।

7. (i) 68 টাকা (ii) 59 টাকা (iii) 56 টাকা (iv) 119 টাকা (v) 30 টাকা।

8. (i) (ঘ) (ii) (খ) (iii) (গ)।

প্রশ্নমালা 1.3

1. (i) a^7 (ii) a^{10} (iii) x^9 (iv) a^{13} (v) y^{10}

2. (i) $a^4b^2c^2$ (ii) $24x^2y^2q$ (iii) $24a^2b^3$ (iv) $1200a^3b^2c$

3. (i) 5 (ii) 5 (iii) 35 (iv) 12 (v) 5 (vi) 14

5 (i) (গ) (ii) (গ) (iii) (ঘ)।

প্রশ্নমালা 1.4

1. (i) 7 (ii) 15 (iii) 11 (iv) 25^{o} (v) 21

3 (i) (খ) (ii) (ক) (iii) (খ)।

প্রশ্নমালা 1.5

1. (i) $+1$ (ii) -9 (iii) $+4$ (iv) 0 (v) -12 (vi) -2 (vii) -12 (viii) -9.

2 (i) -8 (ii) 7 (iii) -12 (iv) 14 (v) 8 (vi) 10

প্রশ্নমালা 1.6

1. 13 2.11 3.2 4.43 5.1 6.27 7.7.

8. 168 9. (i) (গ) (ii) (খ) (iii) (খ)।

প্রশ্নমালা 2.1

1. 6 2. 6 3. 10 4. 10 5. 0 6. -12 7. -4 8. 12.

প্রশ্নমালা 2.2

1. $10a + 6b$. 2. $13x + 15y$. 3. $18m + 22n$.

4. $11a + 9b + 2c$. 5. $19x + 4y + 11z$.

6. $11p + 10q + 13r$. 7. $x + y + z$. 8. $17a + 4b + c$.

9. $g + 5f + h$. 10. $-26x^2 + 10xy + 8y^2$.

11. $2ax - by - 29cz$.

প্রশ্নমালা 2.3

1. 3. 2. $3a+2b$. 3. $3a - 2x$. 4. $2p - 5q$. 5. $-11x+3y$.

6. $m+2n$. 7. $10c$. 8. $2a$. 9. b^2+c^2. 10. $2a^2+2c^2$.

11. $-a^2 + 5ab + 4a + 3$. 12. $2q^2$. 13. $-2ax - by - 5cz$

14. $-x^2 + 6x + 6$ 15. $8xy^2$ 16. $x^2 - 3xy - 6y^2$.

17. $3x^2 + 6xy^2 - x^2y - y^2$ 18. $7a^2+10b^2 - 4ab$

প্রশ্নমালা 3.1

1. 3 2. 8 3. 2 4. 22 5. 3 6. 6 7. 7

8. 5 9. 12 10. 8 11. 2 12. 5

প্রশ্নমালা 3.2

1. $x + 10 = 22$, 12. 2. $x - 10 = 22$, 32. 3. $5x = 30$, 6.

4. $3x + 5 = 23$, 6. 5. $4x - 5 = 19$, 6. 6. $2x + 3x = 25$, 5.

7. $5x - 2x = 39$, 13. 8. $3x + 3 = 21$, 6, 7 ও 8.

জ্যামিতি

অনুশীলনী - ১

৪। (ক) AB, BC, AC তিনটি ভিন্ন রেখা। (খ) একটি রেখা।
(গ) দুইটি ভিন্ন রশ্মি (ঘ) $AB + BC = AC$

৫। (ক) ৬টি (খ) একটি (গ) ঘনবস্তুর (ঘ) বিন্দুর।

৬। (১) (খ) (২) (ক)।

অনুশীলনী - ২

১। $\angle x$ = ১৮০° −১০০° = ৮০°; $\angle y$ = বিপ্রতীপ $\angle$ ১০০°; $\angle z$ = বিপ্রতীপ ৮০°।

২। a = ১৮০° − (৩০° + ৩০°) = ১২০° ; b = বিপ্রতীপ ৩০° ।
c = বিপ্রতীপ ৩০° ; d = বিপ্রতীপ ১২০°।

৫। (ক) $\angle$ DOC = ১৮০° − ৫০° = ১৩০° (খ) $\angle$ BOC = ৯০° − ২৫° = ৬৫°
(গ) $\angle$ DOA = ৫০° ।

অনুশীলনী - ৩.১

নিজে অঙ্কন কর।

অনুশীলনী - ৩.২

নিজে অঙ্কন কর।

অনুশীলনী - ৪.১

৫। a = বিপ্রতীপ ৬০°; b = একান্তর ৬০°; c = ১৮০° − a = ১৮০° − ৬০° = ১২০°
d = একান্তর a = ৬০°।

৬। y = একান্তর ৩২° ; x = ১৮০° + ৩২° = ২১২°।

৭। x = (১৮০° − ১২০°) + (১৮০° − ১৫০°)
= ৬০° + ৩০° = ৯০°.

৮। (ক) $\angle$ ACB = ৮০° , $\angle$ ACD = ১৮০°
(খ) $\angle$ BAC = ৬০° , $\angle$ ACB = ৬০°, $\angle$ ECD = ৬০° ।

অনুশীলনী - ৪.২

নিজে অঙ্কন কর।

২০১০ শিক্ষাবর্ষ

জীবে দয়া কর

সমৃদ্ধ বাংলাদেশ গড়ে তোলার জন্য যোগ্যতা অর্জন কর

– মাননীয় প্রধানমন্ত্রী শেখ হাসিনা

২০১০ শিক্ষাবর্ষ থেকে সরকার কর্তৃক বিনামূল্যে বিতরণের জন্য